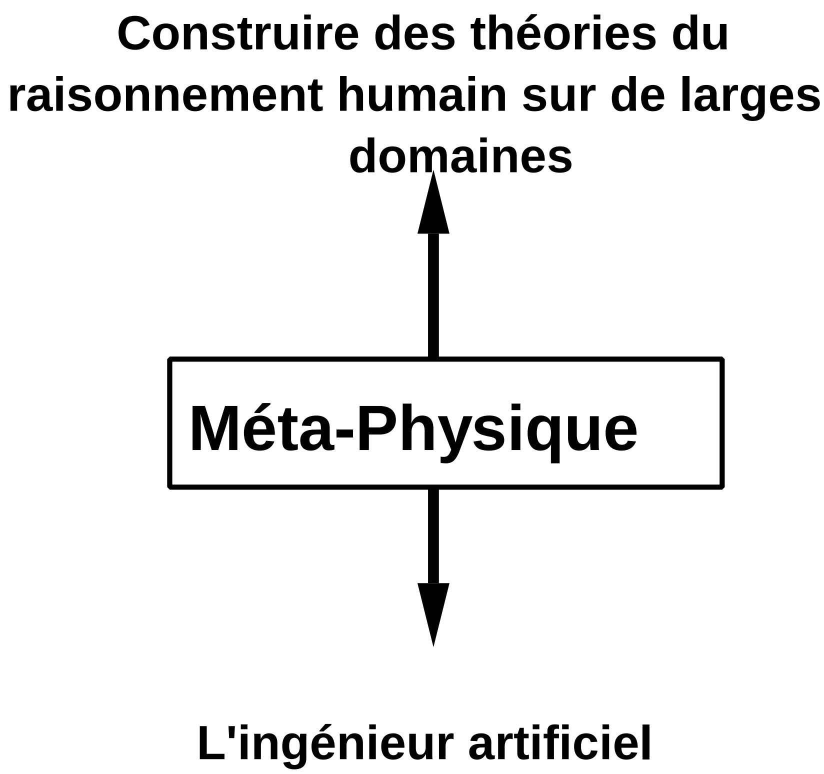
**Olivier Raiman**
**Centre Scientifique**
**IBM**
**Paris, France**

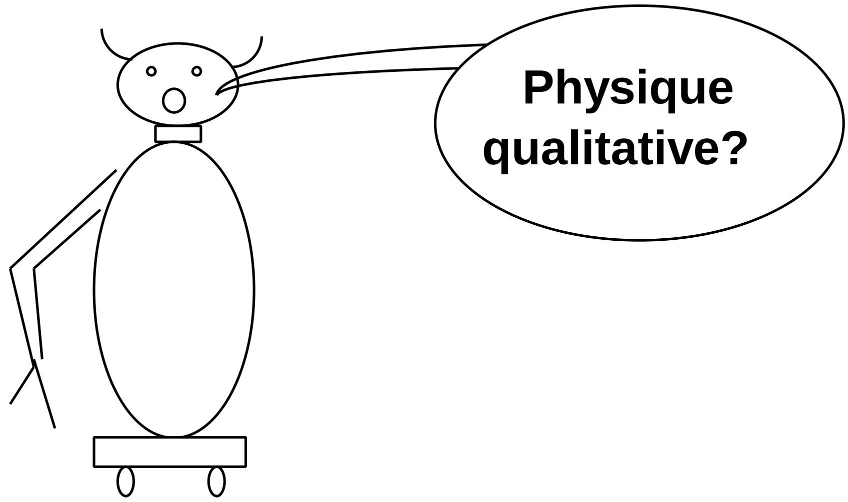
**Jean-Luc Dormoy**
**Direction des Etudes et Recherches**
**Electricité de France**
**Clamart, France**

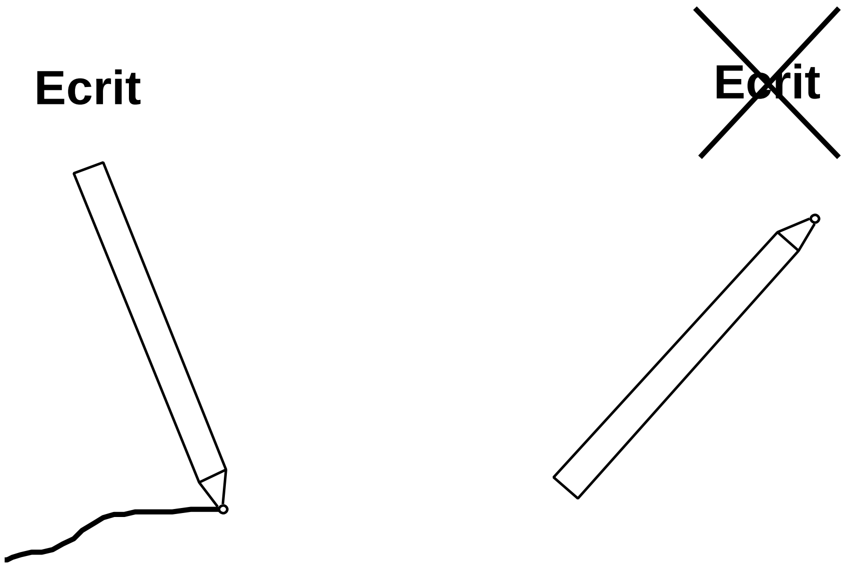
# Physique Qualitative

# Introduction


Construire des théories du raisonnement humain sur de larges domaines
Méta-Physique
L'ingénieur artificiel

# Le monde d'un robot

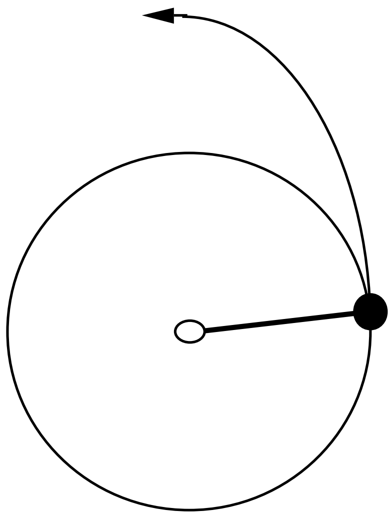


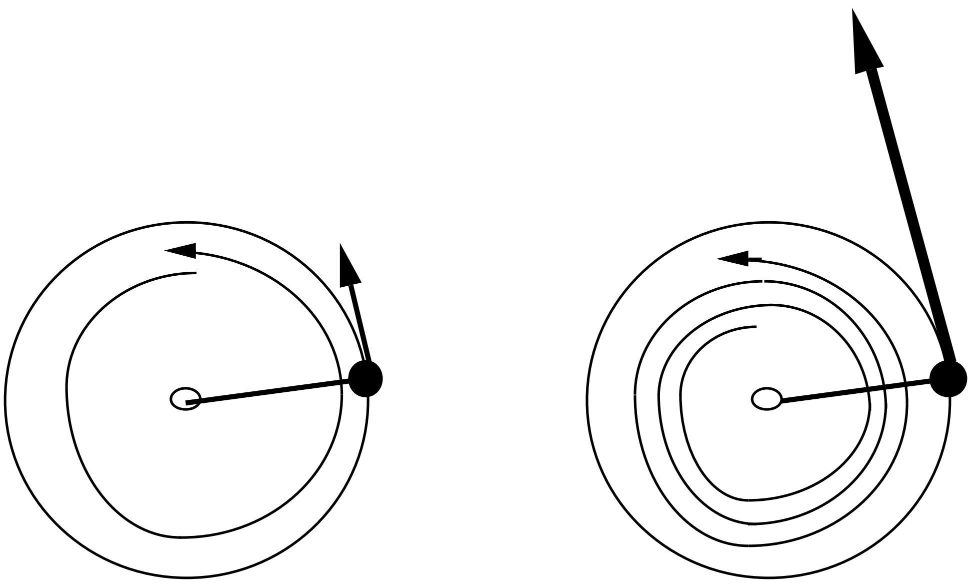

Un stylo-bille

**Morale: Rendre explicite la connaissance implicite**

# Petits problèmes 1

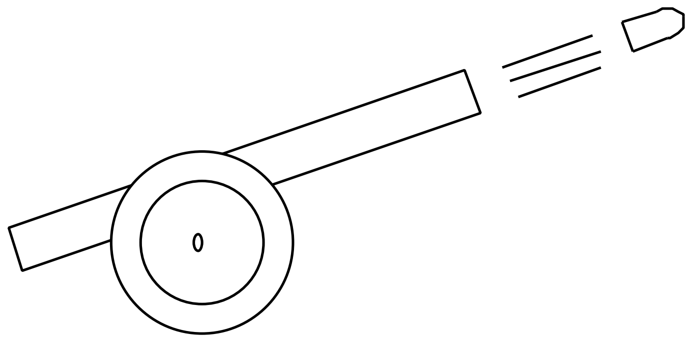


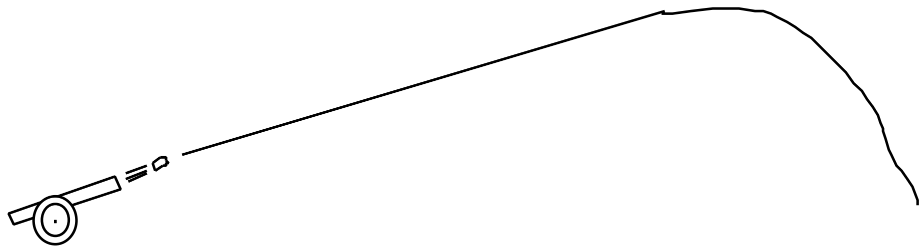
**Trajectoire correcte ?**

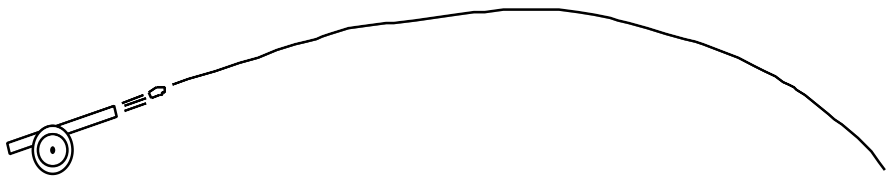


**Dix rotations mieux qu'une seule ?**

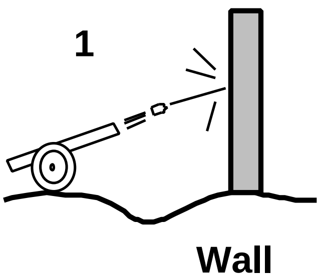
# Canons

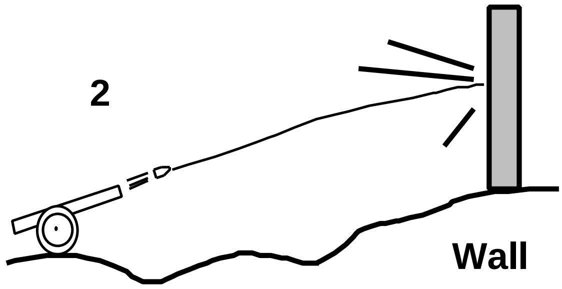






**Quelle est la bonne trajectoire ?**

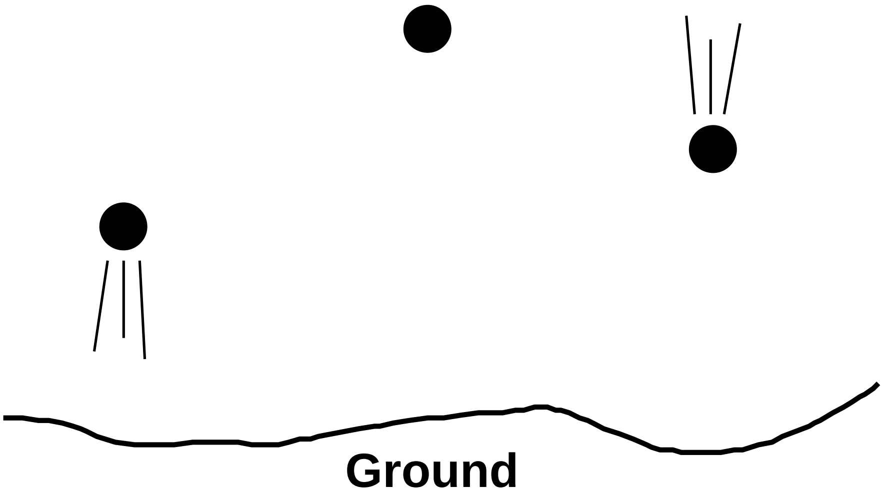


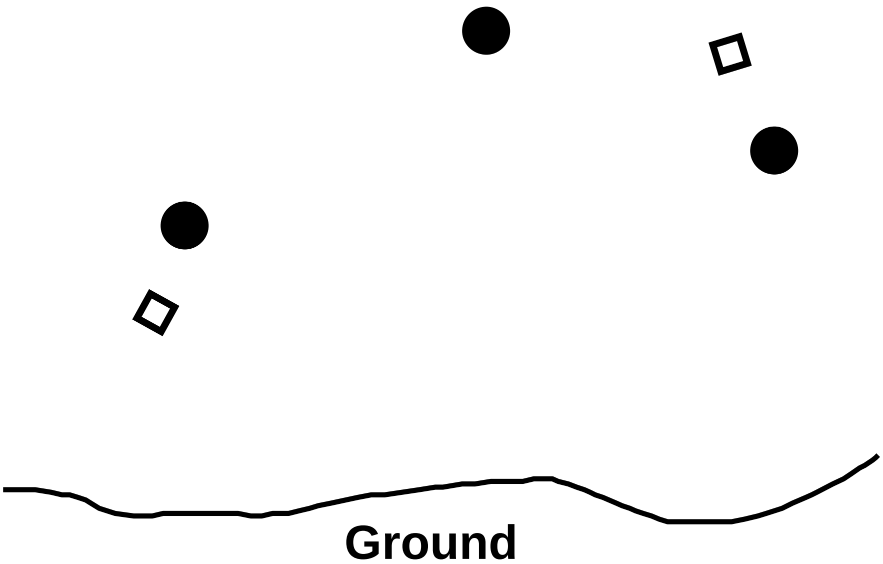

**Distance optimale pour briser le mur ?**

# Pre-History 1

- **What Is Motion?**



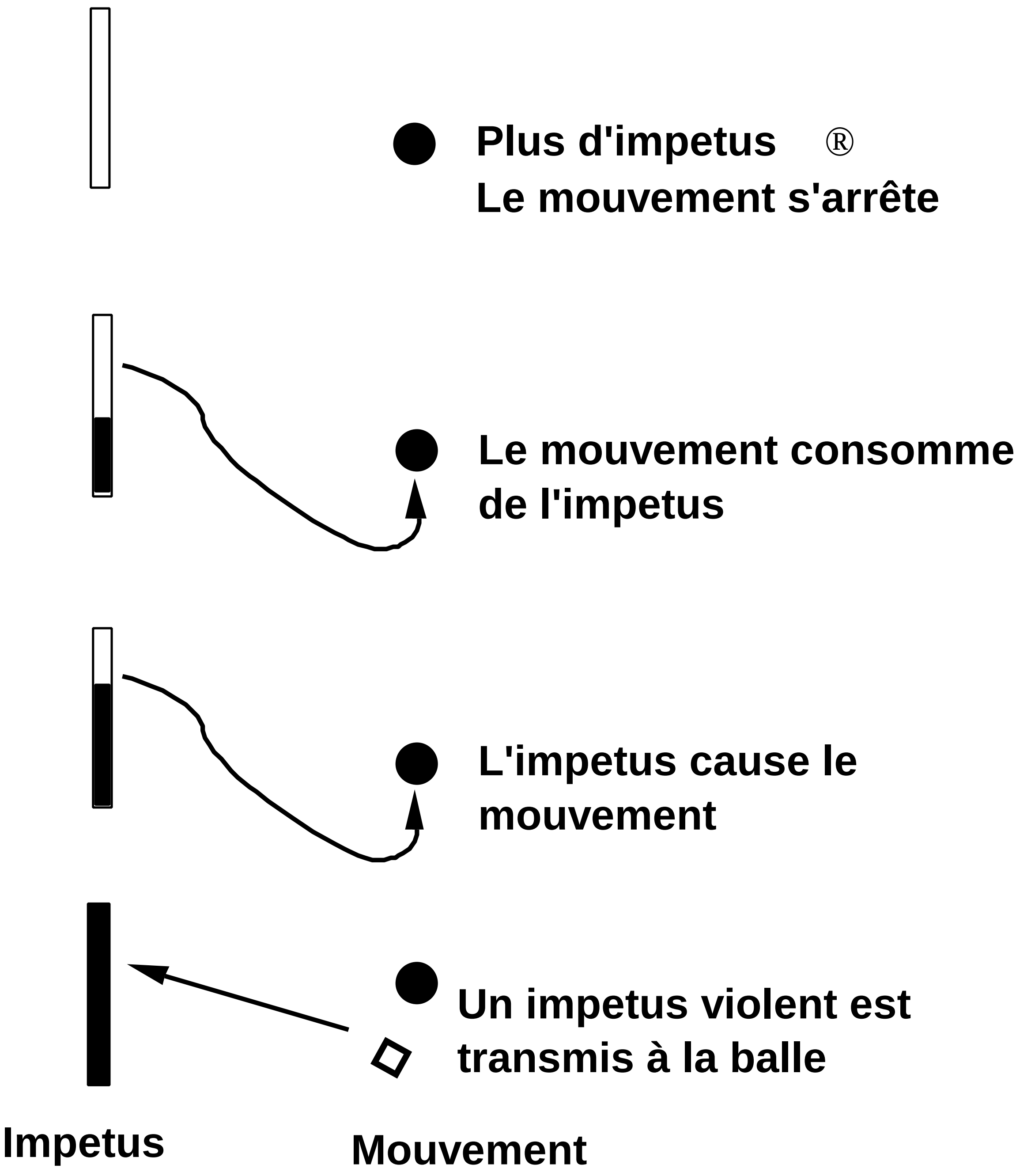

- **What Causes Motion?**



# Pré-Histoire 2

- Le mouvement est causé par l'impetus

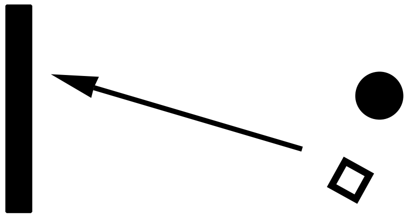
- Le mouvement consomme de l'impetus




- Morale: Pas d'inertie.

(Benedetti, école parisienne)

# Pré-Histoire 2

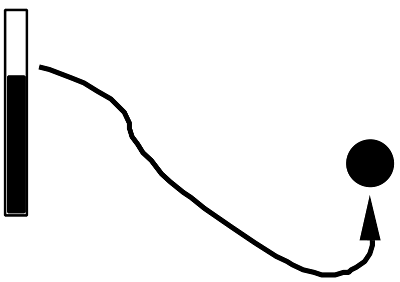


Un impetus violent est transmis à la balle

Impetus

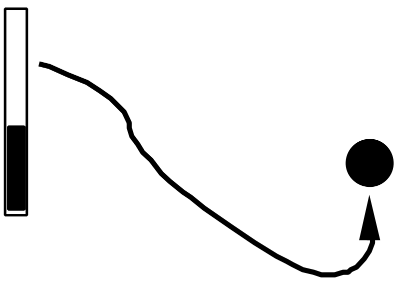
Mouvement

• **Le mouvement est causé par l'impetus**



**L'impetus cause le mouvement**

- **Le mouvement consomme de l' impetus**



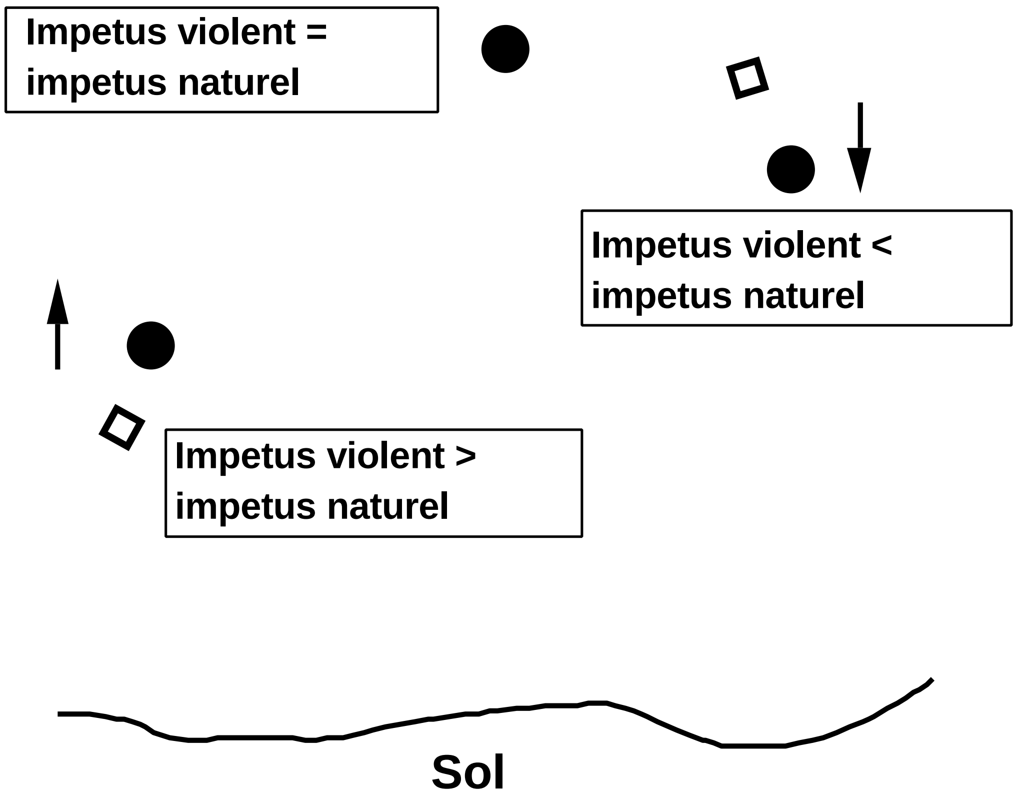
**Le mouvement consomme de l' impetus**

**Plus d'impetus ®**
**Le mouvement s'arrête**

- **Morale: Pas d'inertie.**

**(Benedetti, école parisienne)**

# Pré-Histoire 3




(Jeune Galilée)

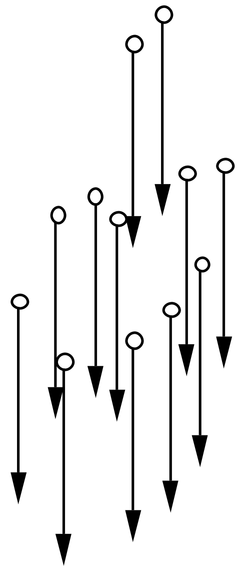
- Le mouvement consomme encore de l'impetus, mais la gravité en fournit en permanence.

- Morale un corps qui tombe tend vers une vitesse uniforme!

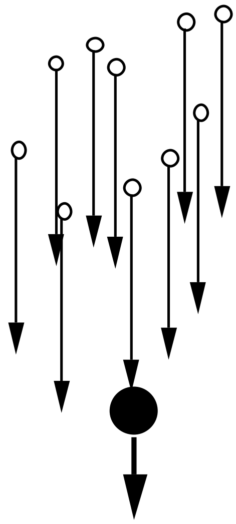
# Pré-Histoire 4

- **Quelle est la cause du mouvement ?**

**(Descartes)**

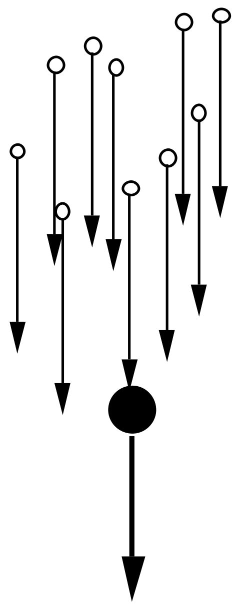


- **La matière subtile se dirige vers le centre de la terre.**



- **La matière subtile "heurte" la balle et la "pousse.**

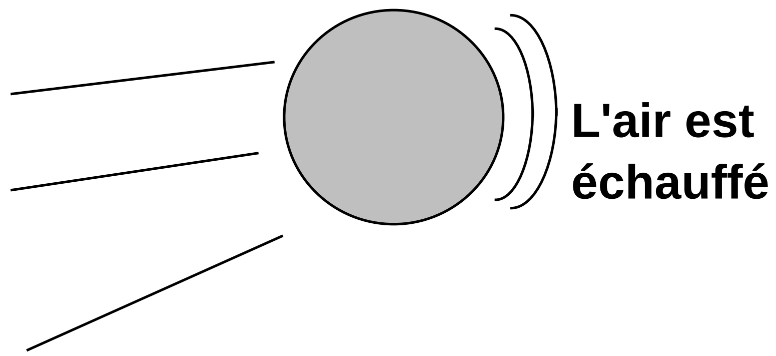
**La vitesse augmente.**



- **La vitesse augmente de moins en moins.**

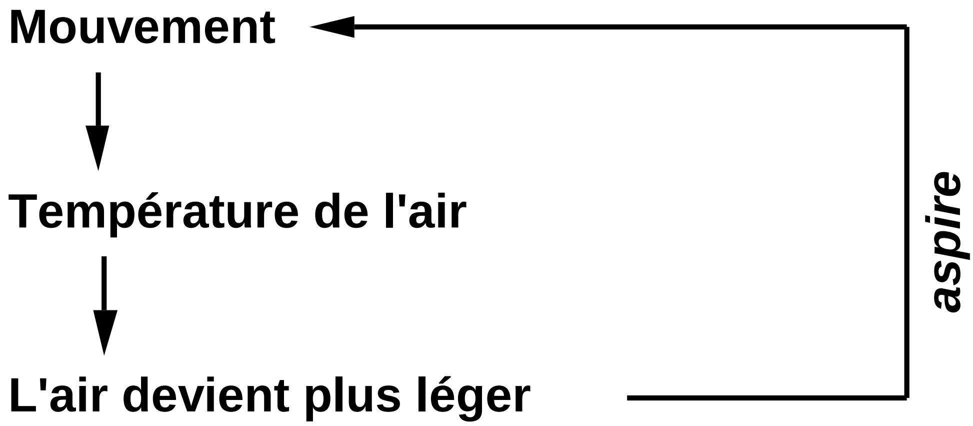
- **Un corps qui tombe tend vers une vitesse uniforme.**

# Un exemple historique de 'feedback'

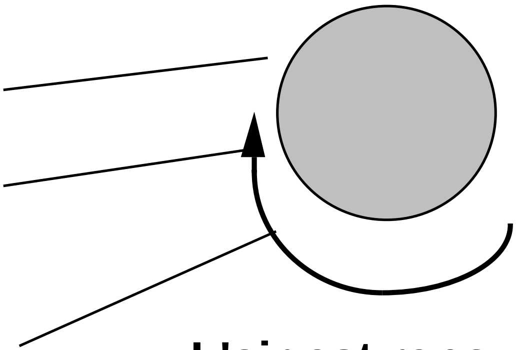



## Un objet en mouvement

***"Au fur et à mesure que l'objet se meut, il réchauffe la région de l'air qui est devant lui. En conséquence, l'air devient plus léger dans cette région. Cela aspire l'objet qui continue ainsi à se mouvoir."***



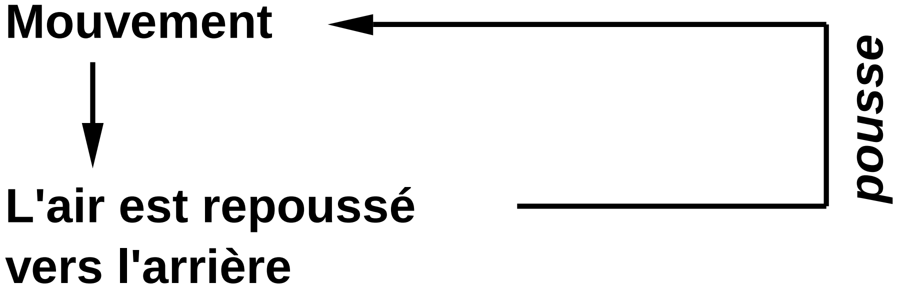
# Un exemple historique de 'feedback'



**L'air est repoussé vers l'arrière**

## Un objet en mouvement

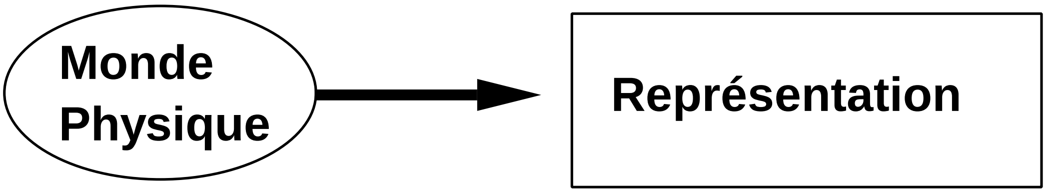
***"De plus, une partie de l'air dans la région frontale est repoussée vers l'arrière. L'air devient donc plus lourd en arrière de l'objet, et le pousse."***




**<u>Morale</u> : Ces sortes de feedback sont impossibles.**

***Mouvement perpetuel***

# Ontologie




**<u>Définir sa représentation:</u>**

**Etres et objets.**

**(par ex. des corps, la matière subtile, la vitesse, l'impetus, …)**

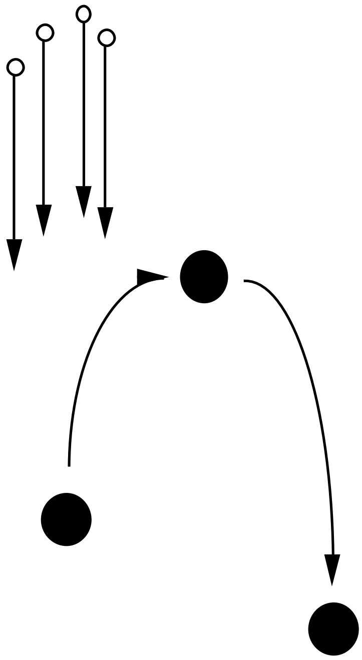
**+ Propriétés de ces êtres et objets.**

**(par ex. pousser, heurter, consommer, croître, décroître, uniforme…)**

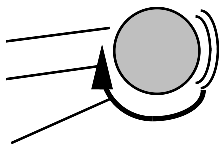
---

**= Ontologie d'un domaine**

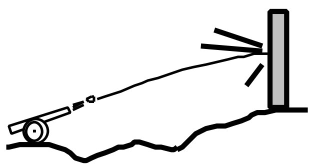
# Concepts premiers



- Ontologie
- Changement
- Evénements
- Temps
- Continuité

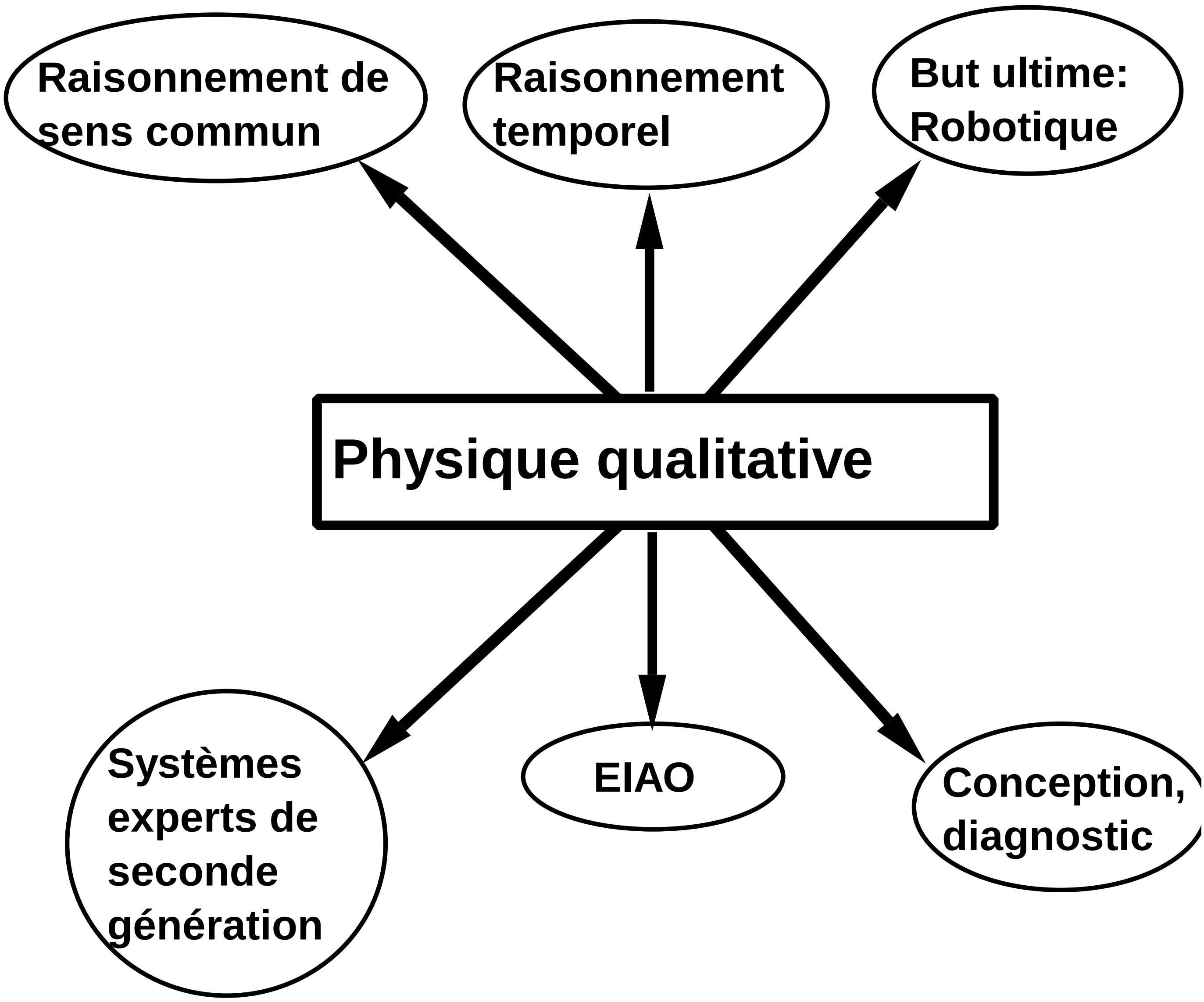


- Causalité
- Téléologie

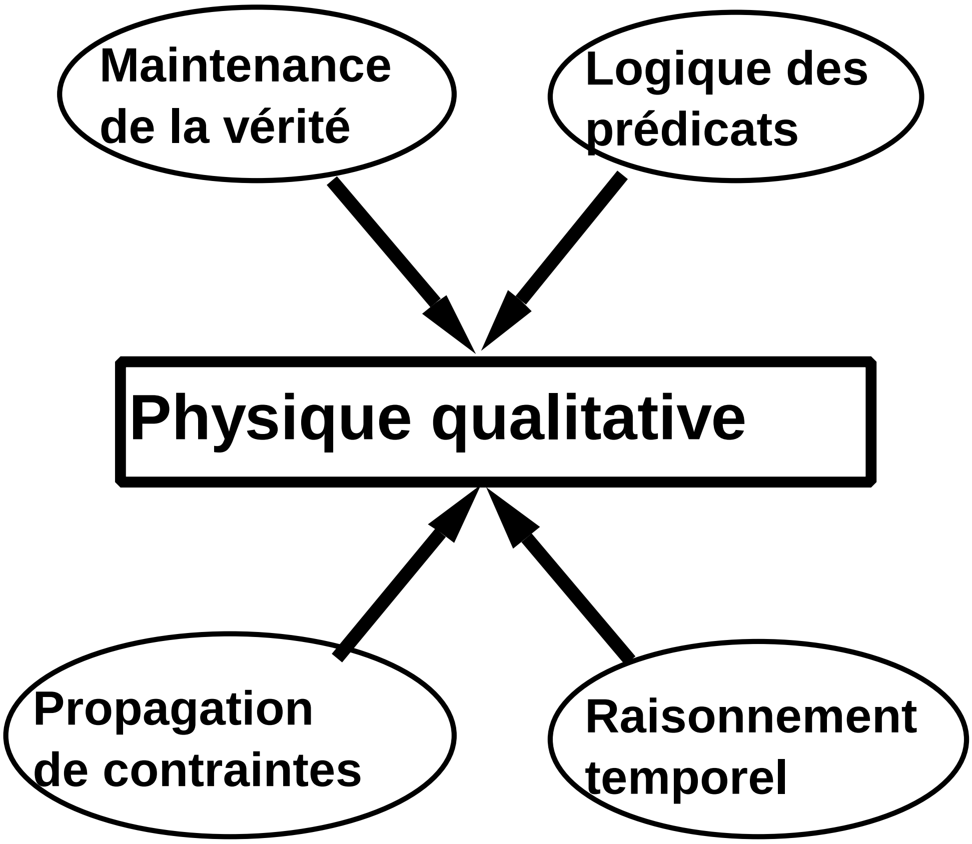


- Quantités

***"… l'air devient plus léger …"***


Raisonnement de sens commun
Raisonnement temporel
But ultime: Robotique
Physique qualitative
Systèmes experts de seconde génération
EIAO
Conception, diagnostic

# Clarification




*"La température croît"*

*"La Terre est plate"*

° Logique floue

# Plan
## Partie 1

- **Ontologie (pour les liquides)**
  **(Hayes)**

- **Raisonnement causal via une représentation explicite des processus**
  **(Forbus)**

- **Découvrir la causalité**
  **(De Kleer, Williams)**

- **Envisioning: Analyse des transitions**
  **(De Kleer, Williams)**

# Une ontologie pour les liquides (Hayes)

# Qu'est-ce qu'un liquide ?

**• Pas d'*individuation* : l'eau dans le verre n'est pas un *objet***

**• Regarder un liquide comme une somme de ses parties - comme une poudre - est une vision sophistiquée**

**® Regarder un liquide comme un contenu :**

**c contenant ® `intérieur(c)`**

**s lieu intérieur ® `capacité(l,s)`**

**`l` liquide, s espace intérieur**
**® `quantité(l,s)`**

**Axiome :**

**`rien = quantité(l,s) = capacité(s)`**

# Description géométrique
# des lieux intérieurs

- **Lieu contenu dans un autre :**

  **® `Dans(s1,s2)`**
- **`Face` d'un lieu intérieur.**

- **Une face de dimension n-1 divise l'espace de dimension n en exactement deux parties :**

  **`f` face, v demi-espace**

  **® `Autre-côté(f,v)` = l'autre demi-espace**

- **`Haut` et `Bas` d'une partie d'espace.**

  **Axiome:**

  **`Haut(f,v)` É `Bas(f,Autre-face(f,v))`**

  **® `Autre-côté(f,v)` = l'autre demi-espace**

- **Lieu `libre` (= on peut y passer).**

- **`Sortie`**

  **= face commune de deux demi-espaces**

  **= surface par laquelle passe un chemin liant deux points quelconques des deux parties de l'espace qu'elle sépare.**

# Les quinze états
# d'un liquide

• Groupé ou divisé

• Paresseux ou énergétique
(cf. naturel et violent)

• A ou n'a pas de support

• S'il a un support, il peut être contenu ou sur une surface

• Il peut bouger ou être au repos (s'il est au repos, il est paresseux).

® 15 possibilités

# Les quinze états d'un liquide

| Paresseux<br>Au repos | Paresseux<br>En mouvement | Energétique<br>En mouvement | | |
|---|---|---|---|---|
| Surface humide | Coule sur une surface<br>(Toit) | Vagues sur une berge<br>Jet sur un mur | **2D** | **Groupé** |
| Contenu<br>(Verre d'eau,<br>lac) | Coule dans un conduit<br>(Rivière) | Pompé dans un tube | **3D** | |
| | Chute d'eau<br>(Versé d'un cruche,<br>cascade) | Jet, fontaine | **Sans support** | |
| Rosée, gouttes<br>sur une surface,<br>buée | | | **2D** | **Divisé** |
| Brume dans une<br>vallée | Brume descendant<br>une vallée | Vapeur ou brouillard<br>dans un tube | **3D** | |
| Brume, nuage | Pluie, douche | Spray, éclaboussures,<br>pluie sur un pare-brise | **Sans support** | |

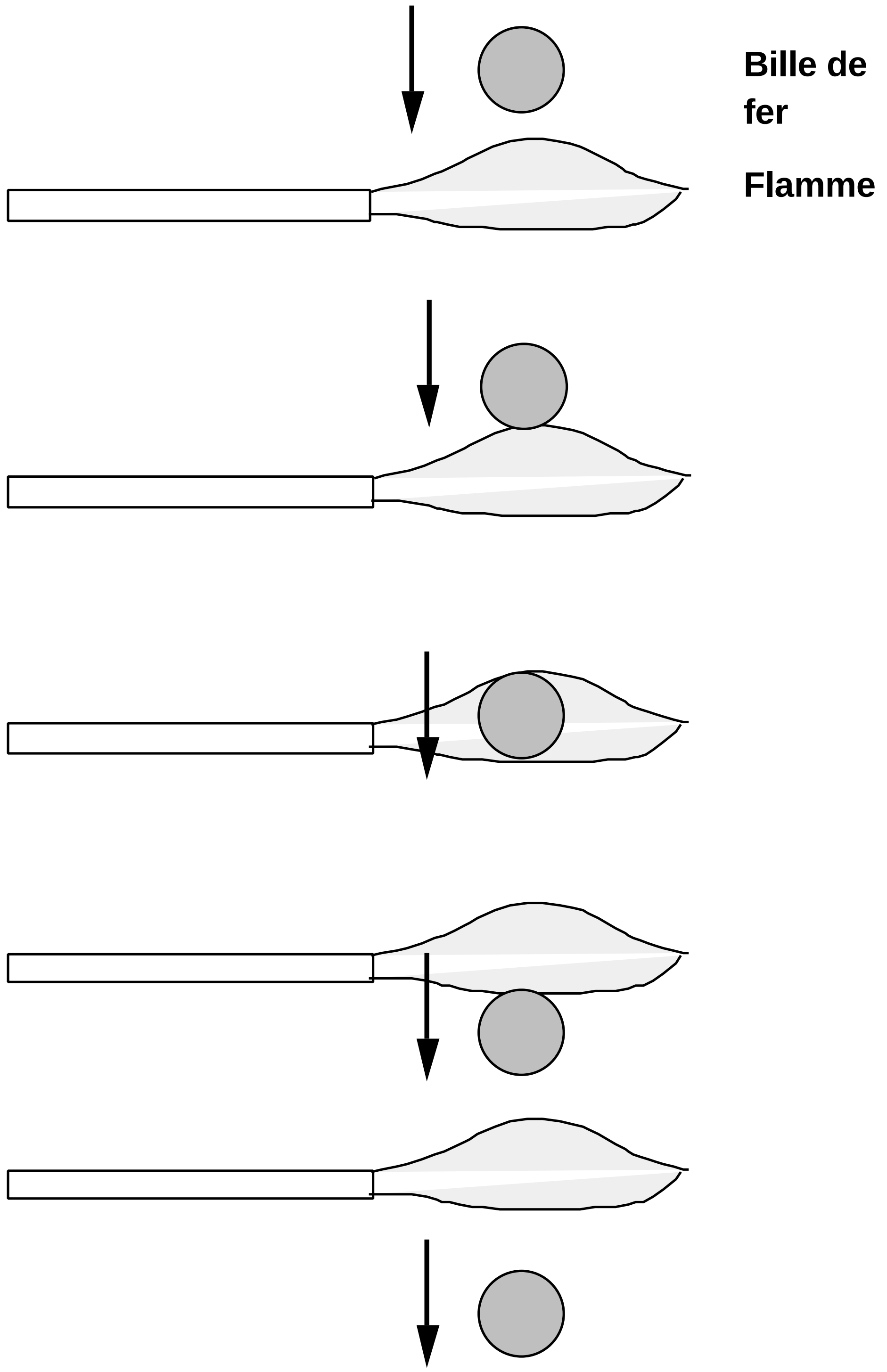
# Transitions entre états :
# un exemple

# Une causalité explicite :
# La théorie
# des processus qualitatifs

# (Forbus)

# Une bille de fer à travers une flamme

## (Forbus)



# "L'histoire"
# de la bille de fer

**La bille de fer** ***tombe,*** **<u>à cause de</u>** **la gravité.**

**Elle** ***atteint*** **la flamme.**

**Alors qu'elle** ***passe au travers de*** **la flamme, il y a un** ***flot de chaleur*** **qui <u>cause</u> une** ***augmentation*** **de la** ***température*** **de la bille de fer.**

**Puis, la bille** ***quitte*** **la flamme.**

**Elle continue à** ***tomber*** **.**

# Raisonner sur le changement

***Quoi:***

- **Position(B)**
- **Température(B)**

***Comment:***

- **Position(B)** $\searrow$
- **Température(B)** $\nearrow$

***Pourquoi:***

- **Mouvement**
- **Flot de chaleur**

# Le temps

**Temps ⟷ Changement**

{ *Evénements* **La bille atteint la flamme**

*Episodes* **Alors que la bille passe au travers de la flamme, il y a un flot de chaleur qui cause une augmentation de sa température.**

- **Un événement ne dure qu'un instant**
- **Un épisode a une durée**

**Evénements et épisodes sont des intervalles. Chaque intervalle a un *début* et une *fin.* Le début et la fin sont égaux pour un événement, et différents pour un épisode. Le début et la fon d'un épisode rencontrent des événements.**

***Morale:*** **Il y a un ordonnancement partiel des débuts et des fins des épisodes.**

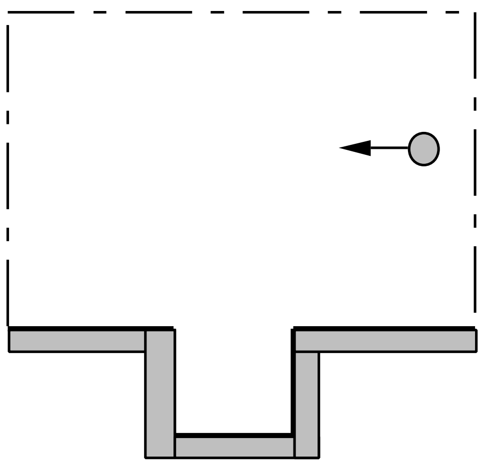
# Le temps
## (Allen)

| Relation | Symbole | Symbole pour l'inverse | Schéma d'exemple |
|---|---|---|---|
| X avant Y | < | > | XXX YYY |
| X égal Y | = | = | XXX<br>YYY |
| X rencontre Y | m | mi | XXXYYY |
| X recouvre Y | o | oi | XXX<br>YYY |
| X pendant Y | d | di | XXX<br>YYYYYY |
| X débute Y | s | si | XXX<br>YYYYY |
| X finishes Y | f | fi | XXX<br>YYYYY |

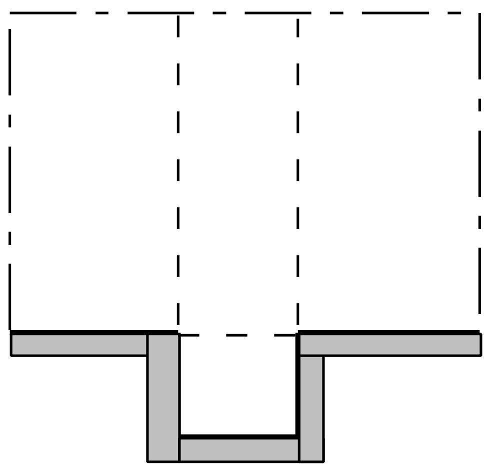
**Les treize relations possibles**

# L'espace

## L'espace est décomposé en lieux



Situation physique

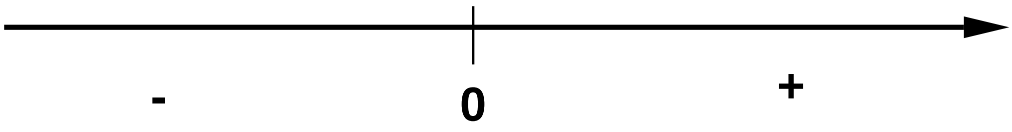


Vocabulaire des lieux

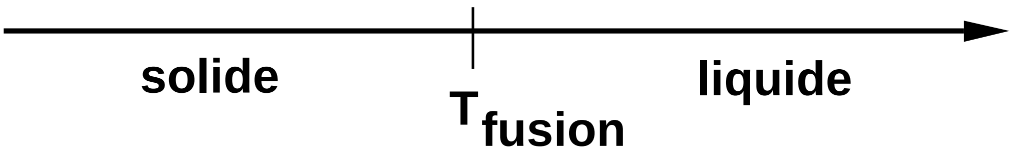
- L'espace est décomposé en lieux de manière à pouvoir conduire des raisonnements symboliques.

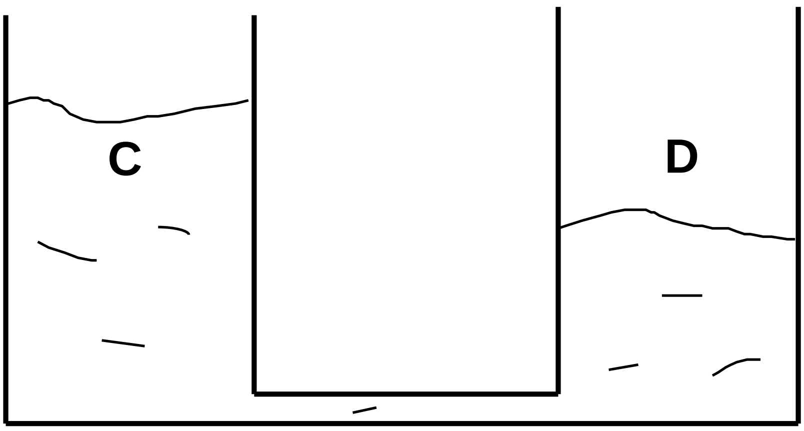
- Un ordre partiel est défini entre les éléments du vocabulaire des lieux.

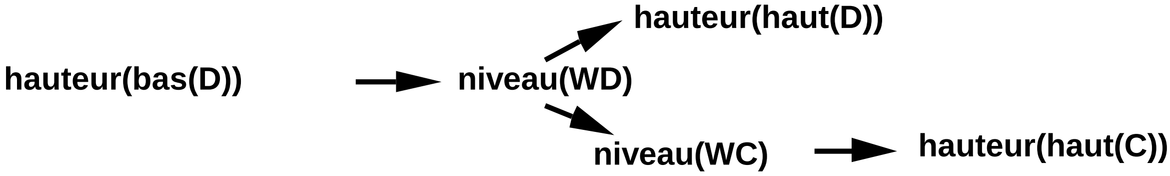
# L'espace des quantités




QS = {-,0,+}



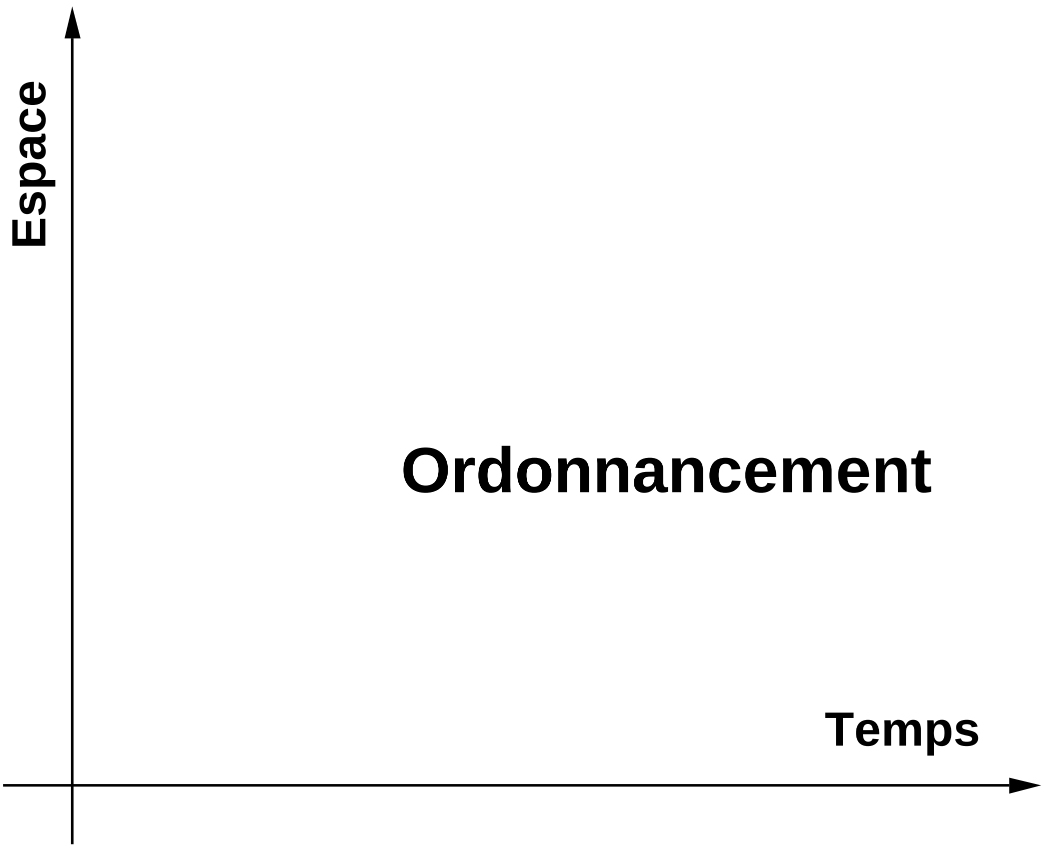




*Morale:* **L'espace est défini comme un ordre partiel entre des choses**

# Que sont le temps et l'espace?

*"Le temps et l'espace ne sont pas des choses, mais des ordres de choses"*

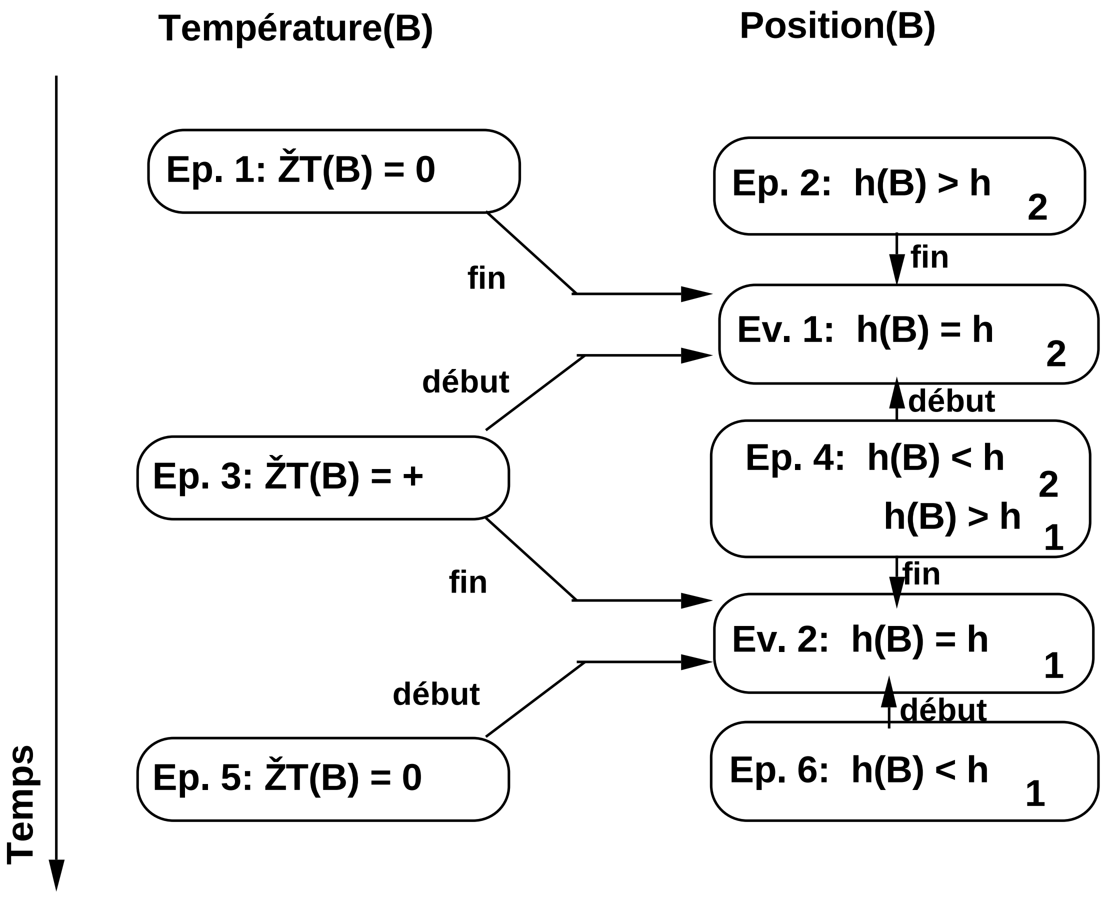
**Gottfried Leibnitz**

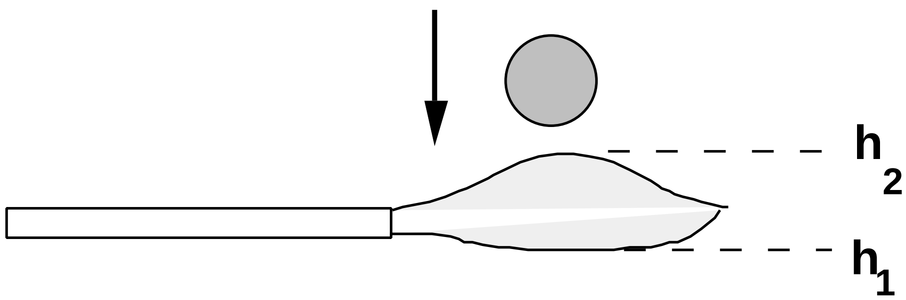


# Histoires

**L'histoire d'un objet est constituée d'épisodes et d'événements qui décrivent les changements concernant cet objet.**

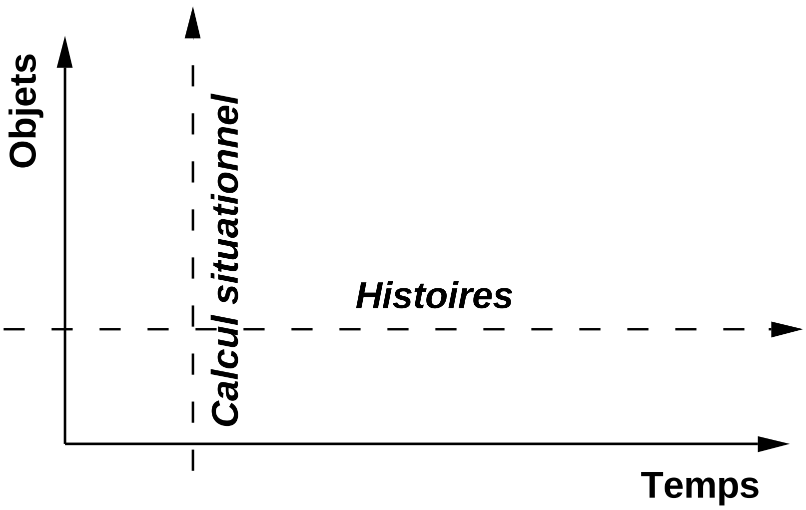
***Histoire of B:***




***Morale:*** **L'histoire d'un objet inclut l'union des histoires de ses paramètres.**

# Histoires
# contre
# Calcul situationnel




*Histoire:* **Histoire d'un objet au cours du temps.**

*Situation:* **Description du monde à un instant.**

- **Le calcul situationnel conduit au "frame problem" : quels faits changent et quels faits ne changent pas ?.**

- **Les histoires sont toujours bornées dans l'espace.**
- **En conséquence, des objets n'interagissent que lorsque leurs histoires respectives s'intersectent.**

# Où en est-on ?

*Cinématique:*

**Quels changements se produisent,**
**et comment.**

# Et maintenant ?

*Dynamique:*

**Pourquoi les choses changent ?**

**Qu'est-ce qui cause le changement?**

$\longrightarrow$ **Raisonnement causal**

# Les processus causent le changement

**(Forbus)**

**Les processus sont introduits pour rendre explicites les causes de tout changement.**

***Pourquoi la température de la bille de fer augmente-t-elle ?***

**Parce qu'il y a un processus `Flux-de-Chaleur` opérant pendant l'épisode où la bille passe à traver la flamme :**

```
Processus Flux-de-Chaleur

Etres:
  src un objet, AUneQuantité(src, chaleur)
  dst un objet, AUneQuantité(dst, chaleur)
  chemin un Chemin-Chaleur, Connection-Chaleur(chemin,src,dst

Préconditions:
  Aligné-Chaleur(chemin)

Conditions-sur-les-Quantités:
  A[température(src)] > A[température(dst)]

Relations:
  Soit flux une quantité
  A[flux] > ZERO
  flux a Q+(température(src) - température(dst))

Influences:
  I-(chaleur(src), A[flux])
  I+(chaleur(dst), A[flux])
```

# Les processus sont la seule cause du changement

- *L'hypothèse du mécanisme unique*

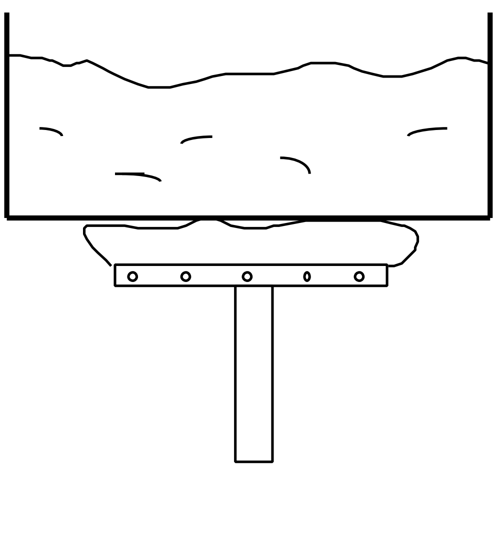
  **Tous les changements d'un système physique sont causés directement ou indirectement par des processus**

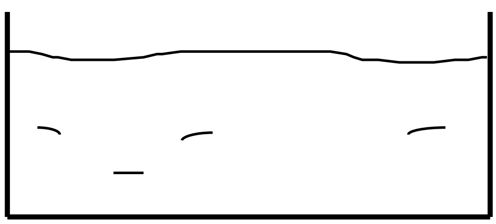
- *Conséquence*

  **a) Domaine**

  **b) La dynamique est spécifiée une fois que la liste des processus qui peuvent se produire est explicitement décrite**

  **c) Si le vocabulaire des processus est complet, alors on peut raisonner par exclusion (hypothèse du monde clos).**





# Les processus pour la bille de fer

**Processus Flux-de-Chaleur**

**Etres:**
src un objet, AUneQuantité(src, chaleur)
dst un objet, AUneQuantité(dst, chaleur)
chemin un Chemin-Chaleur, Connection-Chaleur(chemin,src,dst

**Préconditions:**
Aligné-Chaleur(chemin)

**ConditionsSurLesQuantités:**
A[température(src)] > A[température(dst)]

**Relations:**
Soit flux une quantité
A[flux] > ZERO
flux $a_{Q+}$(température(src) - température(dst))

**Influences:**
$I^{-}$(chaleur(src), A[flux])
$I^{+}$(chaleur(dst), A[flux])

**Processus Mouvement(B, dir)**

**Etres:**
B un objet, Mobile(B)
dir une direction

**Préconditions:**
Direction-libre(B,dir)
Direction-De(dir, vitesse(B))

**ConditionsSurLesQuantités:**
$A_{m}$[vitesse(B)] > ZERO

**Influences:**
$I^{+}$(position(B),A[vitesse(B)])

# Processus de l'impetus

**Processus Mouvement**

**Etres:**
B un objet, Mobile(B)
dir une direction

**Préconditions:**
Direction-libre(B,dir)
Direction-De(dir, impetus(B))

**ConditionsSurLesQuantités:**
$A_m$[impetus(B)] > ZERO

**Relations:**
Soit vel une quantité
vel a $_{Q+}$ impetus(B)

**Influences:**
$I^+$(position(B),A[vel])

**Process Impulsion**

**Etres:**
B un objet, Mobile(B)
dir une direction

**Préconditions:**
Direction-libre(B,dir)
Direction-De(dir, impetus(B

**ConditionsSurLesQuantités:**
$A_m$[net-force(B)] > ZERO

**Relations:**
Soit acc une quantité
acc a $_{Q+}$ réseau-de-force(B)
acc a $_{Q-}$ masse(B)

**Influences:**
$I^+$(impetus(B),A[acc])

**Process Dissipation**

**Etres**
B an object, Mobile(B)

**ConditionsSurLesQuantités:**
$A_m$[impetus(B)] > ZERO

**Relations:**
Soit acc une quantité
$A_s$[acc] = $A_s$ [impetus(B)]

**Influences:**
$I^-$(impetus(B),A[acc])

# L'analyse
# Incrémentale Qualitative.

# Découvrir la causalité
# & la fonction

**(De Kleer)**

# L'analyse IQ
## (De Kleer)

- Propagation causale

- Explication causale

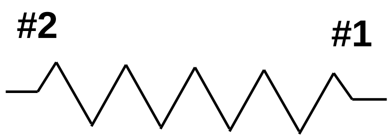
- Comprendre le feedback

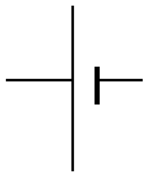
- Temps mythique

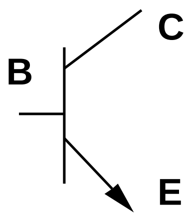
# L'analyse causale

## ETANT DONNES

## A) Des composants ® Lois de comportement






**Résistance** **Batterie** **Transistor**

$[v_{\#2,\#1}] = [i_{\#2,\#1}]$

$\text{Ž}v_{\#2,\#1} = \text{Ž}i_{\#2,\#1}$

$[v] = +$

$\text{Ž}^{n}v = 0$

$\text{Ž}v_{B,E}$ Þ $\text{Ž}i_{C}$

$\text{Ž}v^{-}_{B,E}$ Þ $\text{Ž}i_{E}$

$\text{Ž}v_{B,E}$ Þ $\text{Ž}i_{B}$

## B) Structure: Topologie du système

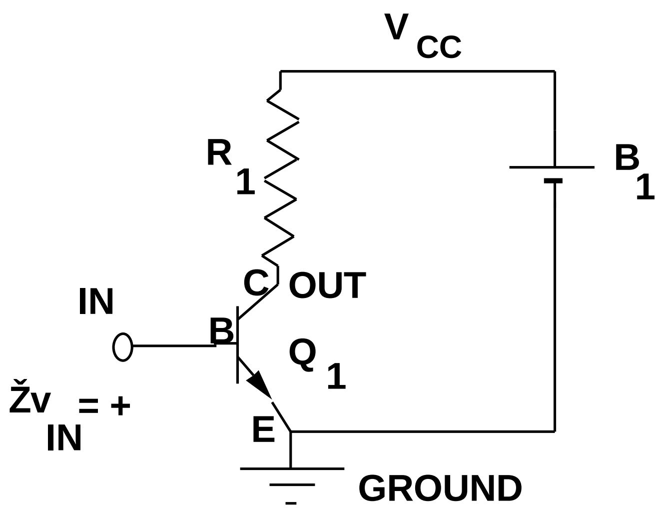
## C) Perturbation d'un état quiescent

$[\text{Ž}v_{IN}] = +$

# Produit

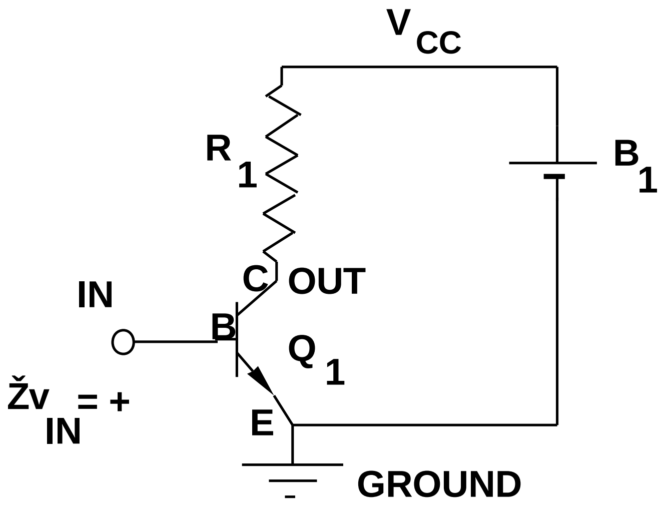
- La réponse du système

- Un compte-rendu causal du changement incrémental

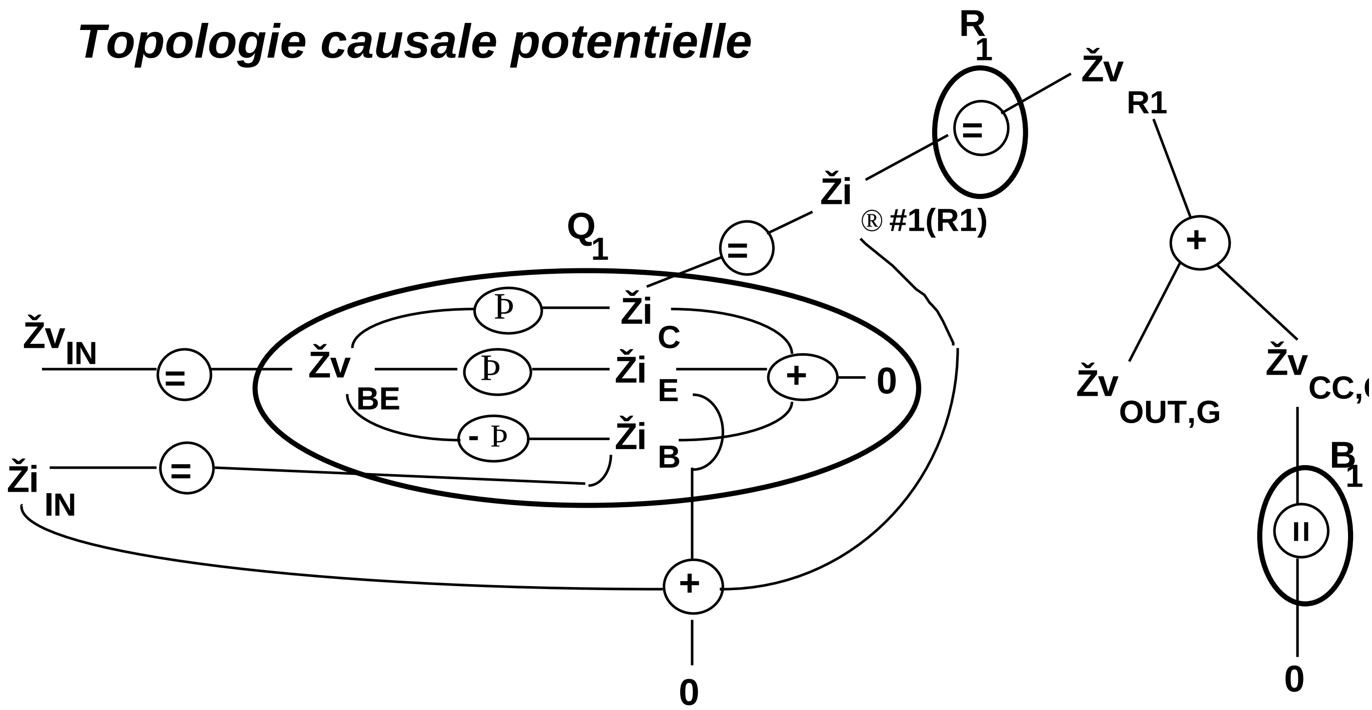



| Antécédents | Evénement | Raison |
|---|---|---|
| | Žv$_{IN}$ = + | Donné |
| | Þ Ži$_{® C(Q1)}$ = + | Žv$_{B,E}$ Þ Ži$_{C}$ for Q |
| | Þ Ži$_{¬ \#2(R1)}$ = + | KCL nœud OUT |
| | Þ Ži$_{® \#1(R1)}$ = + | KCL résist. R$_{1}$ |
| | Þ Žv$_{CC,OUT}$ = + | Žv$_{\#2,\#1}$ = Ži$_{\#2,\#1}$ résistance R$_{1}$ |
| | Žv$_{CC}$ = 0 | Žv$_{+,-}$ = 0 for battérie B$_{1}$ |
| Žv$_{CC}$ = 0, Žv$_{CC,OUT}$ = + | Þ Žv$_{OUT}$ = - | KVL appliqué aux nœuds OUT, VCC, GROUND |

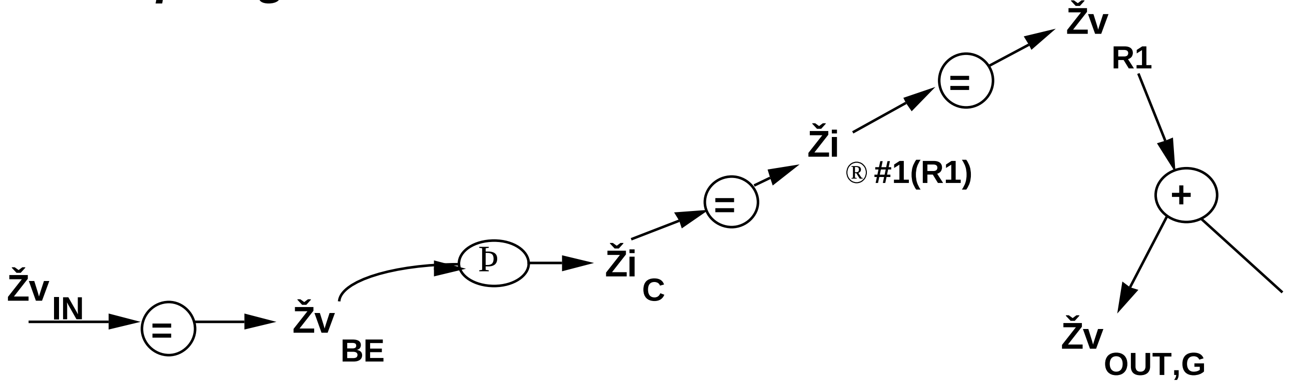
# Propagation locale




*Topologie causale potentielle*




*Topologie causale*



# Le temps mythique

Žv$_{IN}$ $\rightarrow$ = $\rightarrow$ Žv$_{BE}$ $\rightarrow$ ...

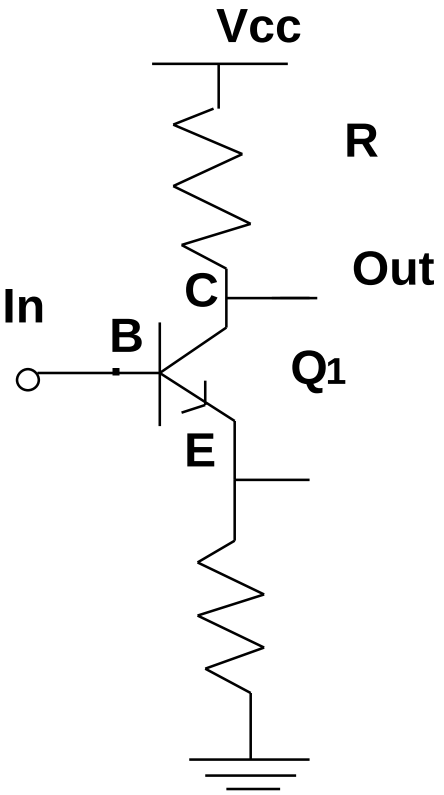
**Cause ® Effet**

**Il n'y a pas de durée entre chaque étape de la propagation causale.**

**Ordonnancement ® Mythique**

# Heuristiques causales

- La propagation causale se bloque




Donnée:

$\partial v_{IN,G} = +$

Impasse

$\partial v_{IN,G} - \partial v_{IN,E} + \partial v_{E,G} - 0$

Par ex. : Entrée de l'amplificateur

Morale: "Aucun chemin de perturbation causal n'a encore atteint l'émetteur"

# L'heuristique KVL
# (= Heuristique de composant)

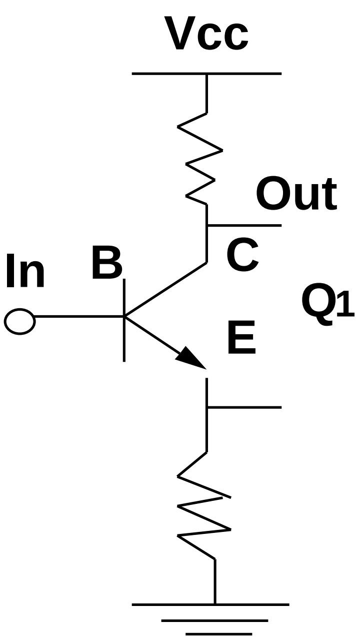
- **Impasse**

  $Žv_{n,G} = \pm$ **(G, ground)**

  $Žv_{n,G} - Žv_{n,m} - Žv_{m,G} - 0$ **(KVL)**

- **Supposons**

  $\boxed{Žv_{n,G} \quad Žv_{n,m}}$

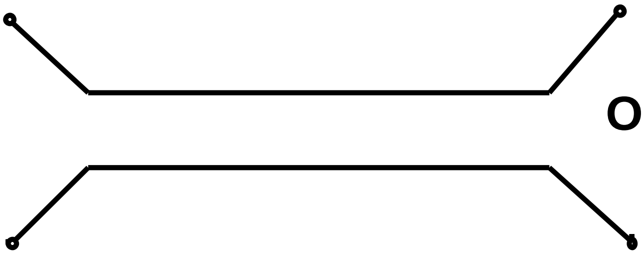



| | Effet | Raison |
|---|---|---|
| | $Žv_{IN,G} = +$ | Donnée |
| | $Žv_{IN,E} = +$ | Heuristique KVL pour le transistor $Q_1$ |
| | $Ži_{® \ C(Q_1)} = +$ | $Žv_{B,E} \quad Ži_C$ Transistor $Q_1$ |

# Heuristique de composant

- **Pour les fluides**

**In**



**Out** **Tuyau**

$ŽP_{IN} - ŽP_{IN,OUT} - ŽP_{OUT} - 0$

$ŽQ_{IN,OUT} - ŽP_{IN,OUT} - 0$

$ŽP_{IN} = +$

- **IMPASSE**

- 

| **Effet** | **Raison** |
|---|---|
| $ŽP_{IN,OUT} = +$ | $ŽP_{IN}$ $ŽP_{IN,OUT}$ **Heuristique de composant** |
| $ŽQ_{IN,OUT} = +$ | $ŽP_{IN,OUT}$ $ŽQ_{IN,OUT}$ **Tuyau** |

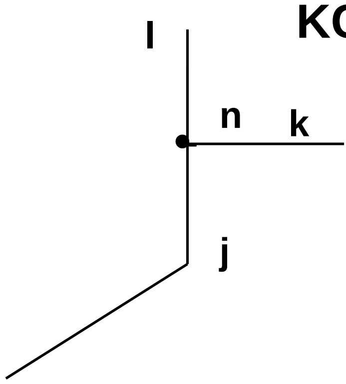
***Intuition:*** **La perturbation n'a pas encore atteint le nœud OUT.**

# Heuristique KCL
# (= Heuristique de conduit)

- **Règle:**

**Impasse** **Nœud**

**KCL**



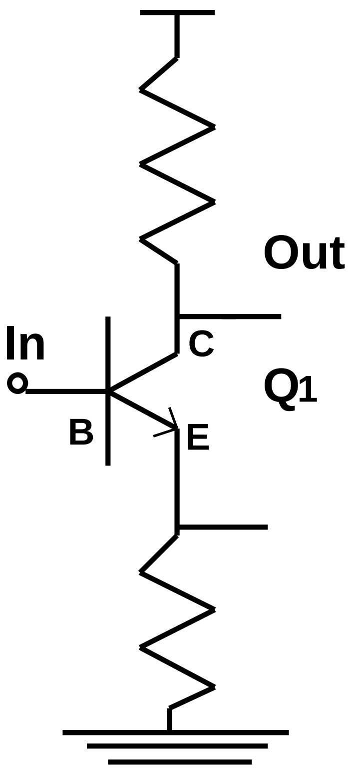

**Ži$_{jn}$ + Ži$_{kn}$ + Ži$_{ln}$ = 0**

**Ži$_{jn}$ = ±**

- **Supposons**

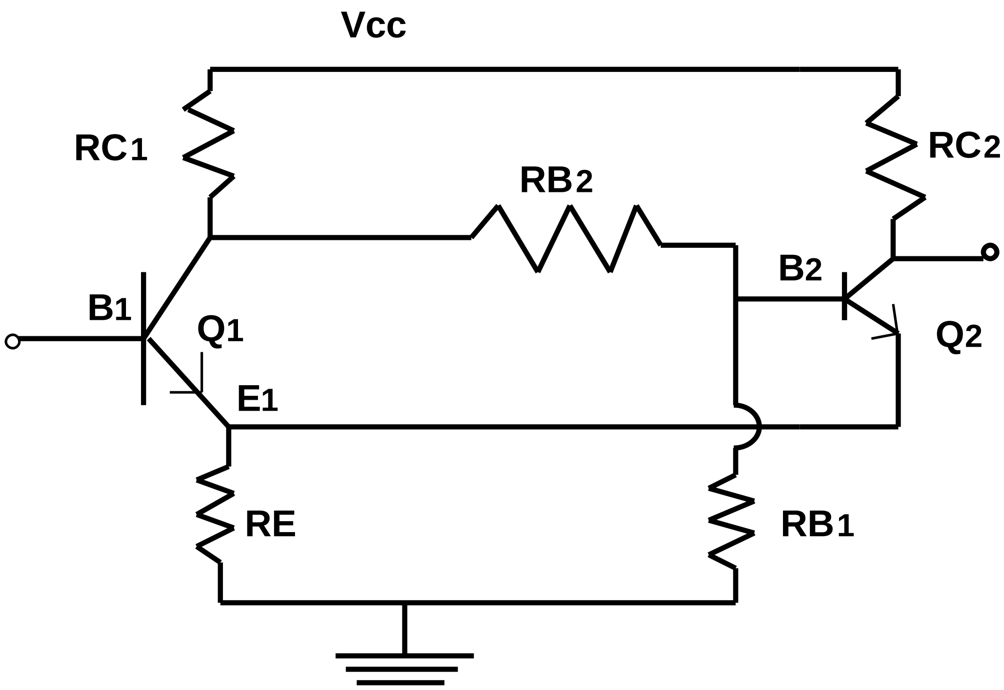
**Ži $_{jn}$ Žv$_{n,G}$**

- **E.g:**




| Effet | Raison |
|---|---|
| Žv$_{in}$ = + | Donnée |
| Žv$_{B,E}$ = + | Heuristique KVL |
| Ži ® C(Q1) = + | Modéle du transistor |
| Žv$_{OUT}$ = - | Heuristique KCL pour le nœud OUT |

# Schmitt trigger




| Effet | Raison |
|---|---|
| Žv$_{B1}$ = + | Donnée |
| Þ Žv $_{B1,E1}$ = + Þ | Heuristique KVL pour Q1 |
| Þ Ži$_{® \text{ } C(Q1)}$ = + | Žv $_{B,E}$ Þ Ži $_{C}$ transistor Q1 |
| Þ Žv$_{C1}$ = - | Heuristique KCL nœud C1 |
| Þ Žv$_{C1,B2}$ = - | Heuristique KVL résistance RB2 |
| Þ Ži$_{® \text{ } \#1(RB2)}$ = - | Résistance RB2 |
| Þ Ži$_{® \text{ } \#2(RB2)}$ = + | KCL résistance RB2 |
| Þ Žv$_{B2}$ = - | Heuristique KCL nœud B2 |
| Þ Žv$_{B2,E1}$ = - | Heuristique KVL trans. Q2 |
| Þ Ži $_{¬ \text{ } E(Q2)}$ = - | Žv $_{B,E}$ Þ Ži $_{E}$ transistor Q2 |
| Þ Žv $_{E1}$ = - | Heuristique KCL nœud E1 |

# Systèmes de maintenance des raisons

- Heuristique → Deviner
- Programmé → Hypothèse
- Analyse causale → Raisonnement hypothétique
- Ex.: Žx + Žy - Žz - 0

| Hypothèses | Justification | Conséquence |
|---|---|---|
| {Žx = +} | | Žx = + |
| {Žy = +} | | Žy = + |
| {Žx = +, Žy = +} | Žx = +, Žy = + ® Žz = + | Žz = + |

1) Principes de base :

a) Chaînage avant

b) On propage l'hypothèse en même temps que sa conséquence

2) Avantage:

si l'on sait déjà que Žz = + ® ⊥

alors reconsidérer l'hypothèse

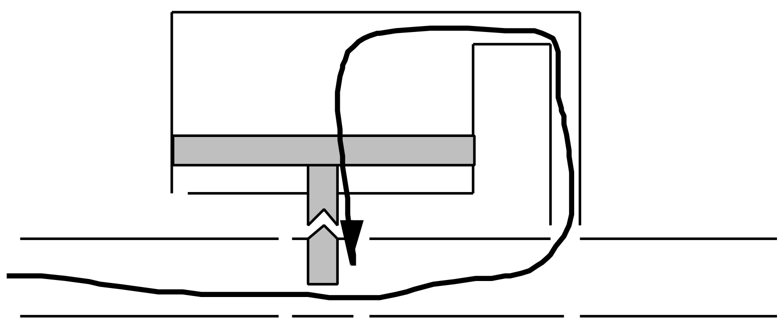
# Feedback

- **Cause(A)** Þ Å Þ **Effet(C)**

  Ý ß

  ***feedback(B)***

- ***Exemple : le régulateur de pression***



**IN** **OUT**

**ŽP$_{IN}$ = +**

Þ **ŽP$_{IN,OUT}$ = +**

Þ **ŽQ$_{IN,OUT}$ = +**

Þ **ŽP$_{OUT}$ = +**

$$\boxed{\text{ŽP}_{IN,OUT} + \text{ŽA - ŽQ}_{IN,OUT}}$$

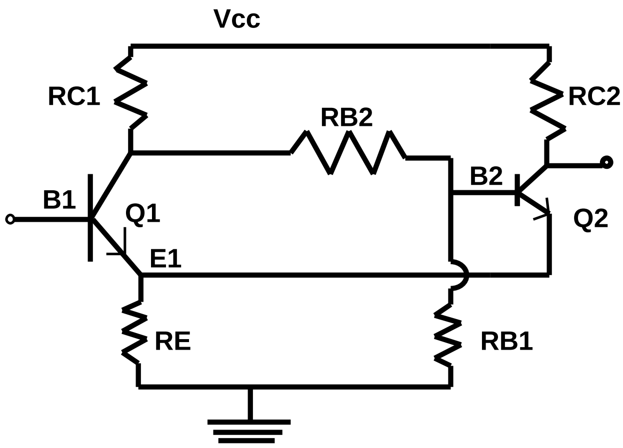
**ŽP$_{IN,OUT}$ = +** Þ Å Þ **ŽQ$_{IN,OUT}$ = +**

**ŽA = -**

# Le temps mythique et le feedback

- **Propagation causale**

*(Schmitt triger)*




**Žv$_{B1}$ = +**

**Žv$_{B1,E1}$ = +**

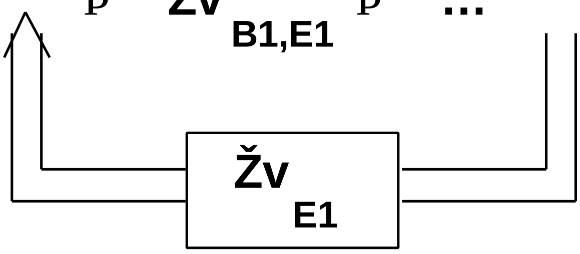
.

.

.

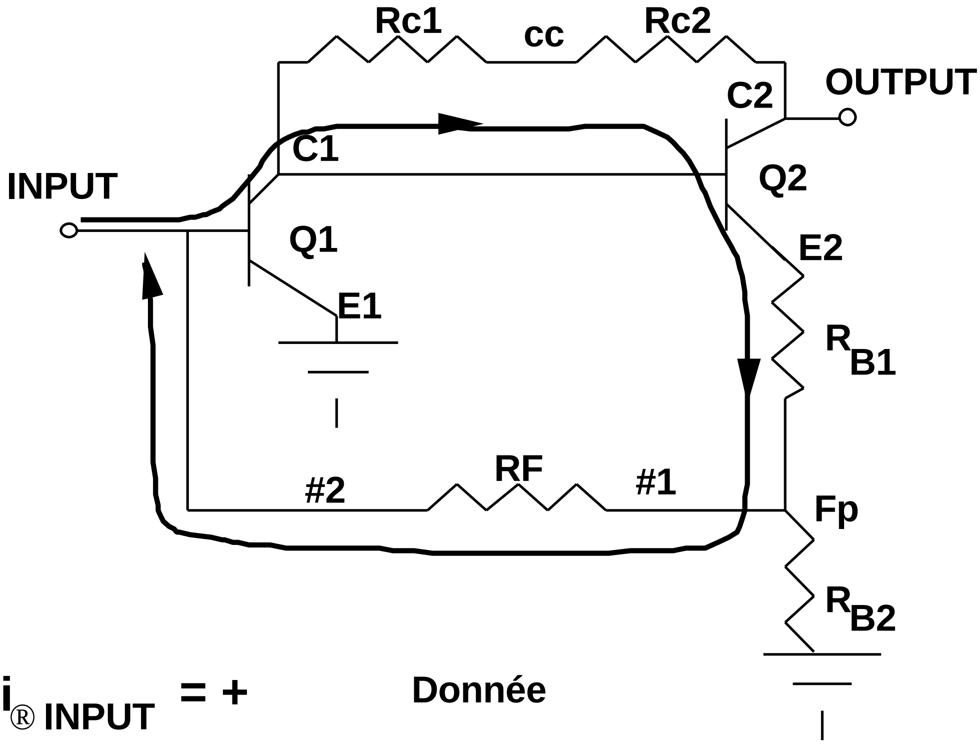
**Žv$_{E1}$ = -**

**Žv$_{B1}$ Þ Þ Žv$_{B1,E1}$ Þ ...**




- **Žv$_{B1,E1}$ - - Žv$_{E1}$ + Žv$_{B1}$**
- **Žv$_{E1}$ = - f (Žv$_{B1,E1}$)**
- **Donc** $\boxed{\text{Žv}_{B1,E1} \text{ - + f (Žv}_{B1,E1}\text{) + Žv}_{B1}}$
- $\boxed{\textbf{Feedback positif}}$

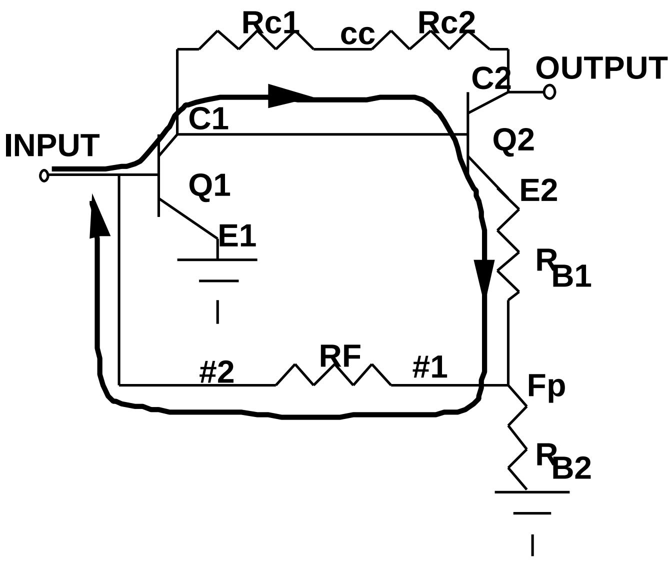
# Feedback négatif

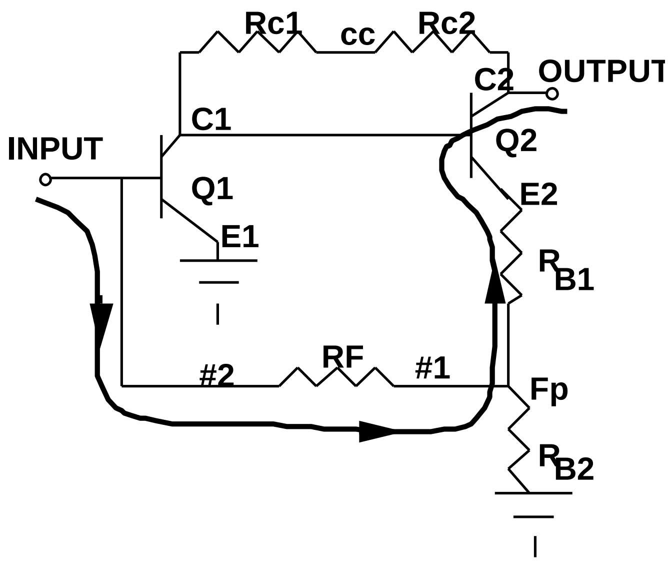



| | |
|---|---|
| Ži® INPUT = + | Donnée |
| Žv INPUT = + | Heuristique KCL nœud INPUT |
| Ži® C(Q1) = + | Transistor Q1 |
| Žv C1 = - | Heuristique KCL nœud C1 |
| Žv C1,E2 = - | Heuristique KVL pour Q2 |
| Ži¬ E(Q2) = - | Transistor Q2 |
| Ži® #1(RB1) = - | KCL nœud E2 |
| Ži¬ #2(RB1) = - | KCL résistance RB1 |
| Žv FP = - | Heuristique KCL nœud FP |
| Žv FP,INPUT = - | KVL appliquée à FP, GROUND, INPUT |
| Ži¬ #1(RF) = - | Résistance RF |
| Ži® #2(RF) = + | KCL résistance RF |
| Ži® #2(RF) = Ži® INPUT | Feedback négatif au nœud INPUT |

# Interprétations multiples

• **Plusieurs interprétations**




• **Complétude**

• **Réalité d'une solution**

• **Interpretation voulue** ® **Fonction**

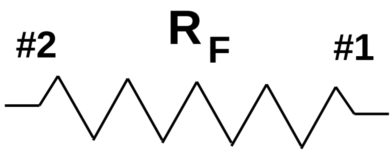
*Morale:* **Les ambiguïtés de l'analyse causale peuvent être résolues en utilisant d'autres sources de connaissance**

# L'analyse téléologique

- *Quel est le rôle de la résistance RF dans le "feedback amplifier"?*

- **Bibliothèque de fragments téléologiques premiers**

**<u>Exemple</u> : Résistance**




**sortie**

| **entrée** | $i_{\#1}$ | $i_{\#2}$ |
|---|---|---|
| $i_{\#1}$ | * | bias |
| $v_{\#1}$ | v-load | v-to-i-couple |
| $v_{\#1,\#2}$ | v-sensor | v-sensor |

| **Pattern causal** | **Fragment téléologique** |
|---|---|
| Žv $_{\#1,\#2}$ = - | entrée v $_{\#1,\#2}$ |
| Þ Ži ¬ $_{\#1}$ = - | sortie i $_{\#1}$ |

**$R_F$ fonctionne comme un détecteur de tension**

***Morale:*** **Dans un système bien conçu, chaque composant a été introduit pour remplir un but donné**

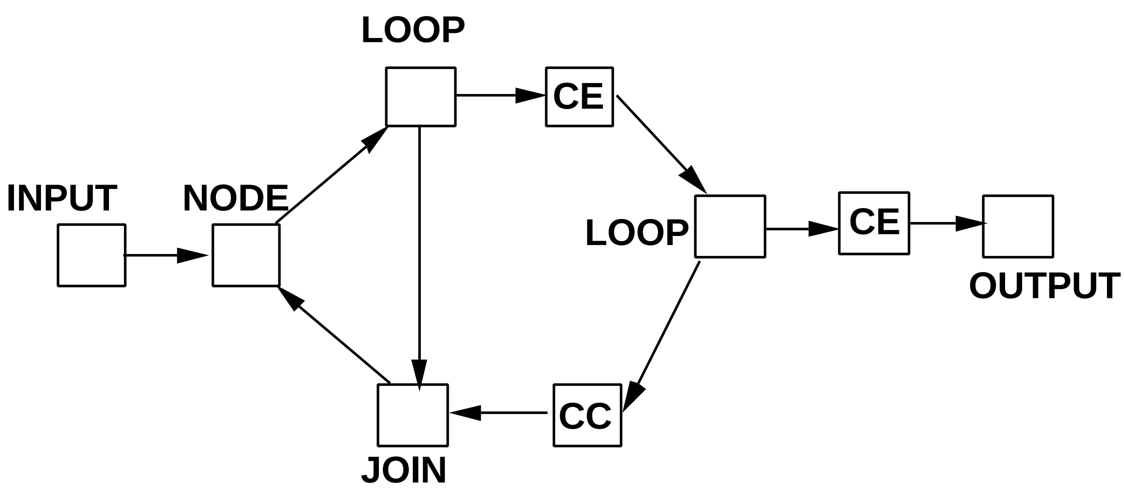
# Abstraction

## Quel est la fonction ultime de CE-feedback?

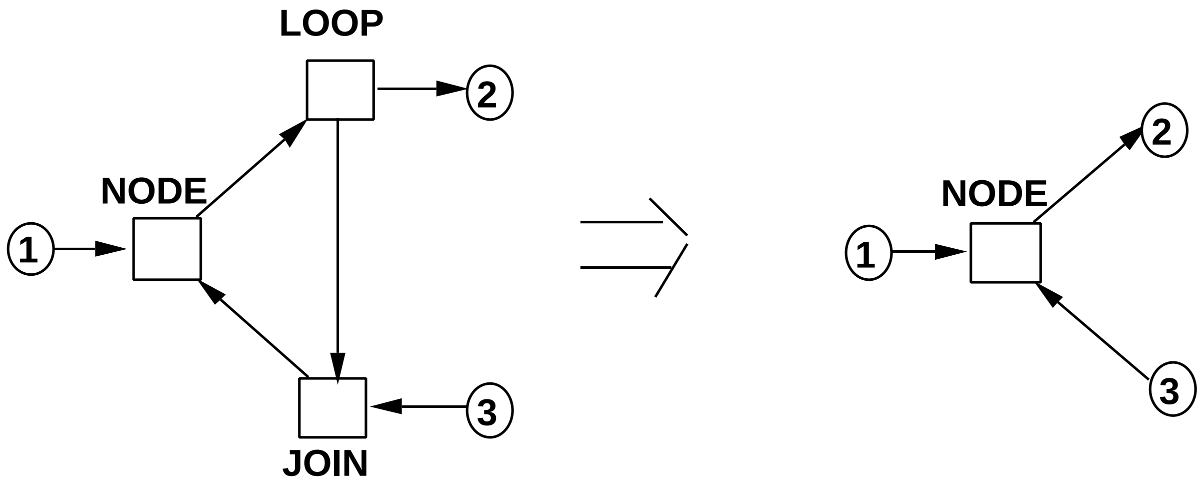
### 1) Parsing

### 2) Tableau des classes

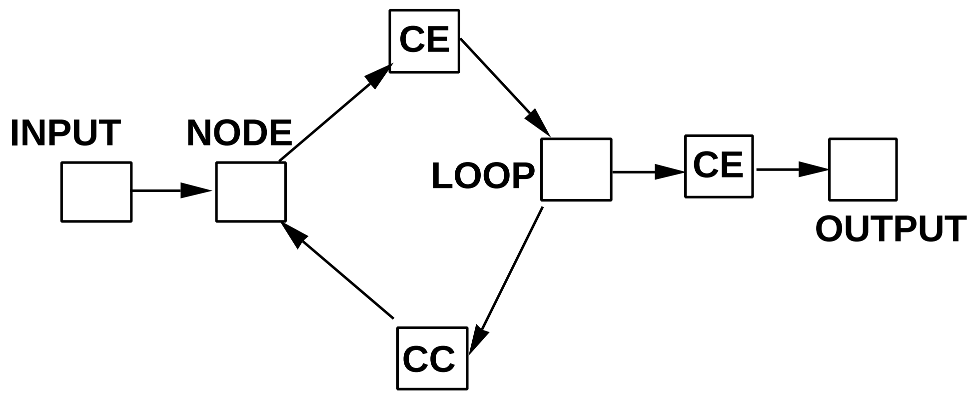
| Classe | Type | Description |
|---|---|---|
| IO | INPUT,OUTPUT | signals on boundary |
| SAMPLING | NODE,LOOP | feedback sampling pt |
| COMPARISON | NODE,LOOP | feedback comparison pt |
| SPLIT | unused | signal splits n ways |
| JOIN | VOLTAGES,CURRENTS | n signals combine |
| STAGE | CE,CC,CB,CASCADE,FEEDBACK | amplifying stage |
| DIFF-2-1 | SUM | differential amplifier |
| COUPLING | GLUE,V-LOAD,WIRE,I-LOAD, V-SENSOR,V-TO-I-COUPLING, I-TO-V-COUPLING,SENSE-Q,LOAD-Q, COUPLE-Q,BIAS,LEVEL | signal couplers |



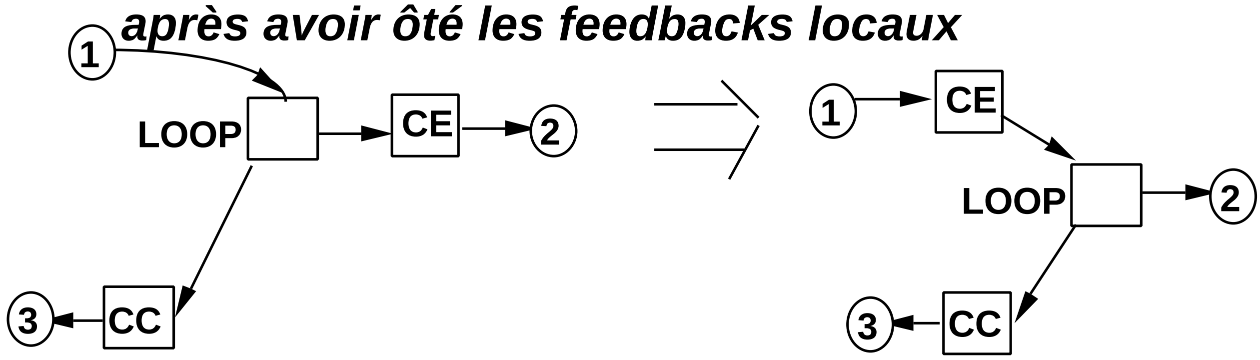

*Parse de CE-feedback après avoir ôté COUPLING*

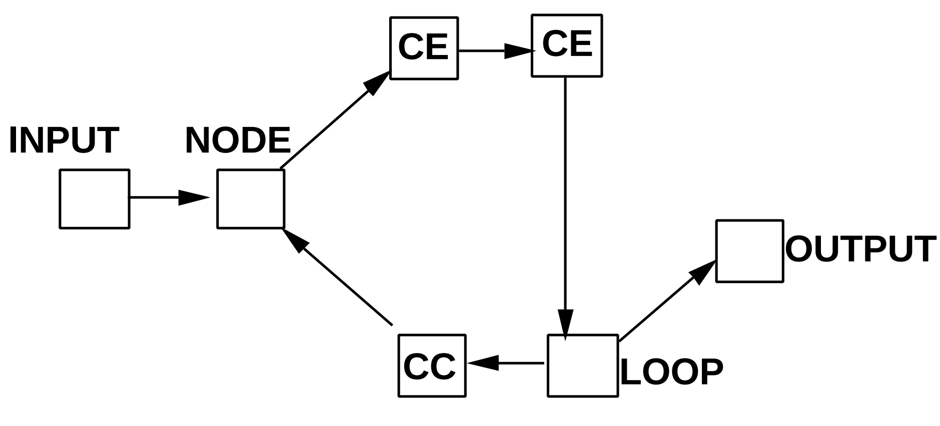


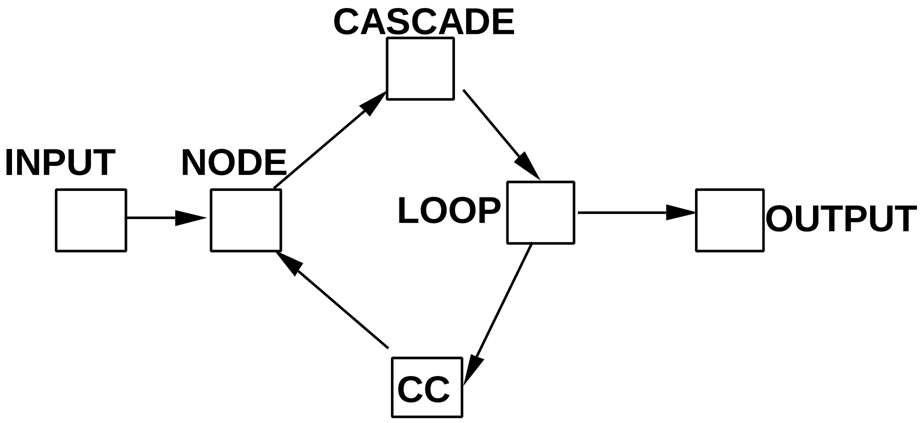

*Règle de subtitution des feedbacks locaux*

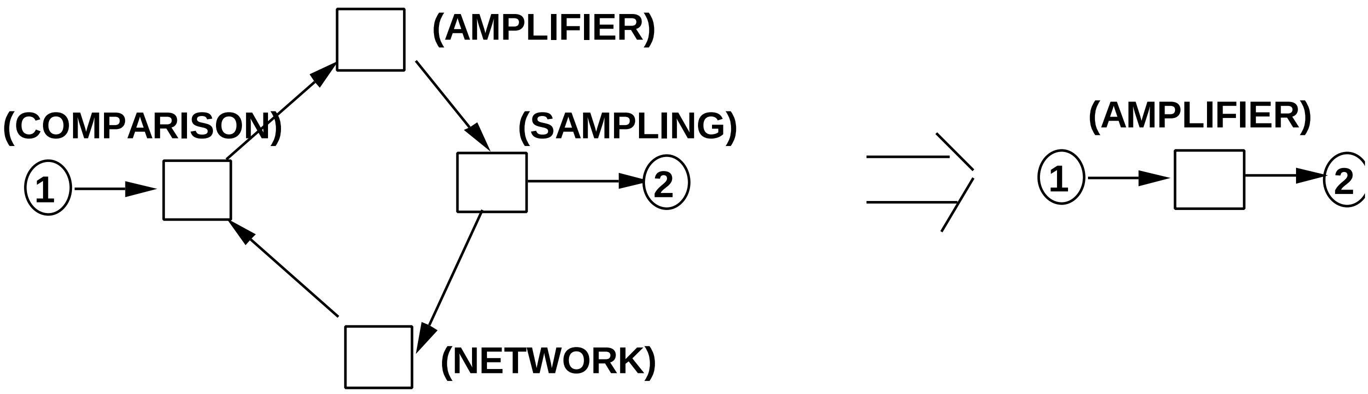



*Parse de CE-feedback*
*après avoir ôté les feedbacks locaux*

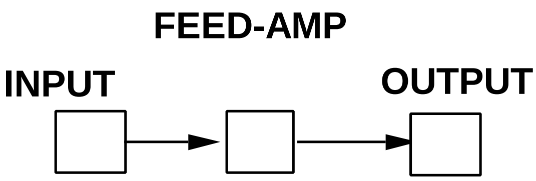





***Règle de réécriture du feedback***




***Parse de CE-feedback***
***après élimination du feedback***

# L'approche téléologique mermet de résoudre les ambiguïtés de l'analyse causale

- **Exemple:** **Plusieurs analyses causales pour CE-feedback**

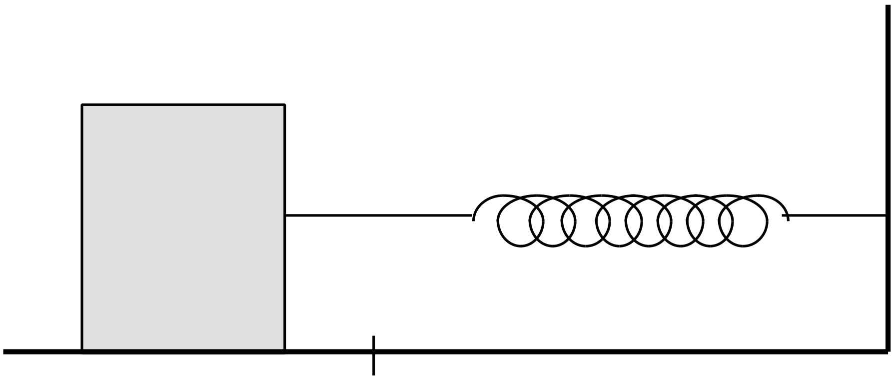
- **La téléologie permet de définir des préférences**

  - **Maximiser le but fonctionnel (au sens de l'inclusion des ensembles)**
  - **Rejeter des fonctions non plausibles**
  - **Régles de préférence**

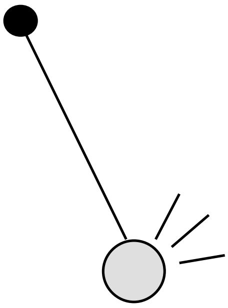
***Morale:*** **Savoir que chaque composant a un rôle, bien que ce rôle reste à trouver, permet de choisir l'interprétation voulue et d'ôter les ambiguîtés de l'analyse causale**

# Envisioning

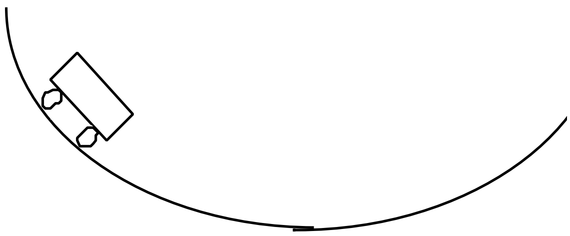
# Oscillateurs



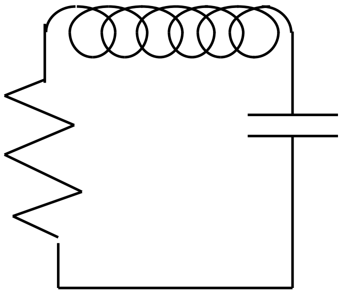
**Un bloc et un ressort**



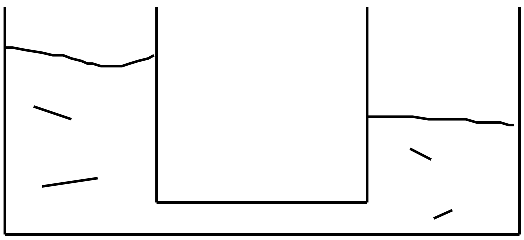
**Un pendule**



**Les montagnes russes**



**Un circuit RLC**



***Remarque:*** **Tous ces oscillateurs ont le même modèle qualitatif** ***linéaire***

# Le modèle

## Oscillator sans friction

$$F = -kx$$

$$F = m\ddot{x}$$

$$\check{Z}^2x + x - 0$$

## Oscillator amorti

$$F = -kx - f\dot{x}$$

$$F = m\ddot{x}$$

$$\check{Z}^2x + \check{Z}x + x - 0$$

# Etats

$\check{Z}^2x = -$
$\check{Z}x = -$

$\check{Z}^2x = 0$
$\check{Z}x = -$

$\check{Z}^2x = -$
$\check{Z}x = 0$

$\check{Z}^2x = +$
$\check{Z}x = -$

$\check{Z}^2x = 0$
$\check{Z}x = 0$

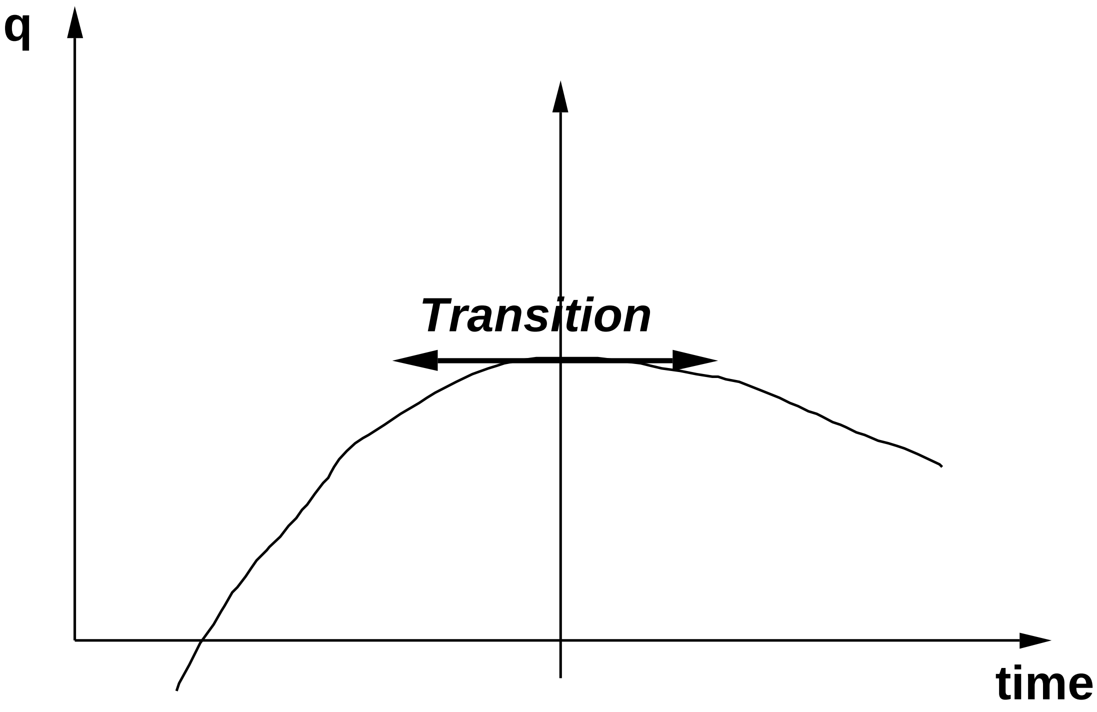
$\check{Z}^2x = -$
$\check{Z}x = +$

$\check{Z}^2x = +$
$\check{Z}x = 0$

$\check{Z}^2x = 0$
$\check{Z}x = +$

$\check{Z}^2x = +$
$\check{Z}x = +$

# Faire l'analyse des transitions




**Analyse des transitions:**

- **Trouver le prochain événement**

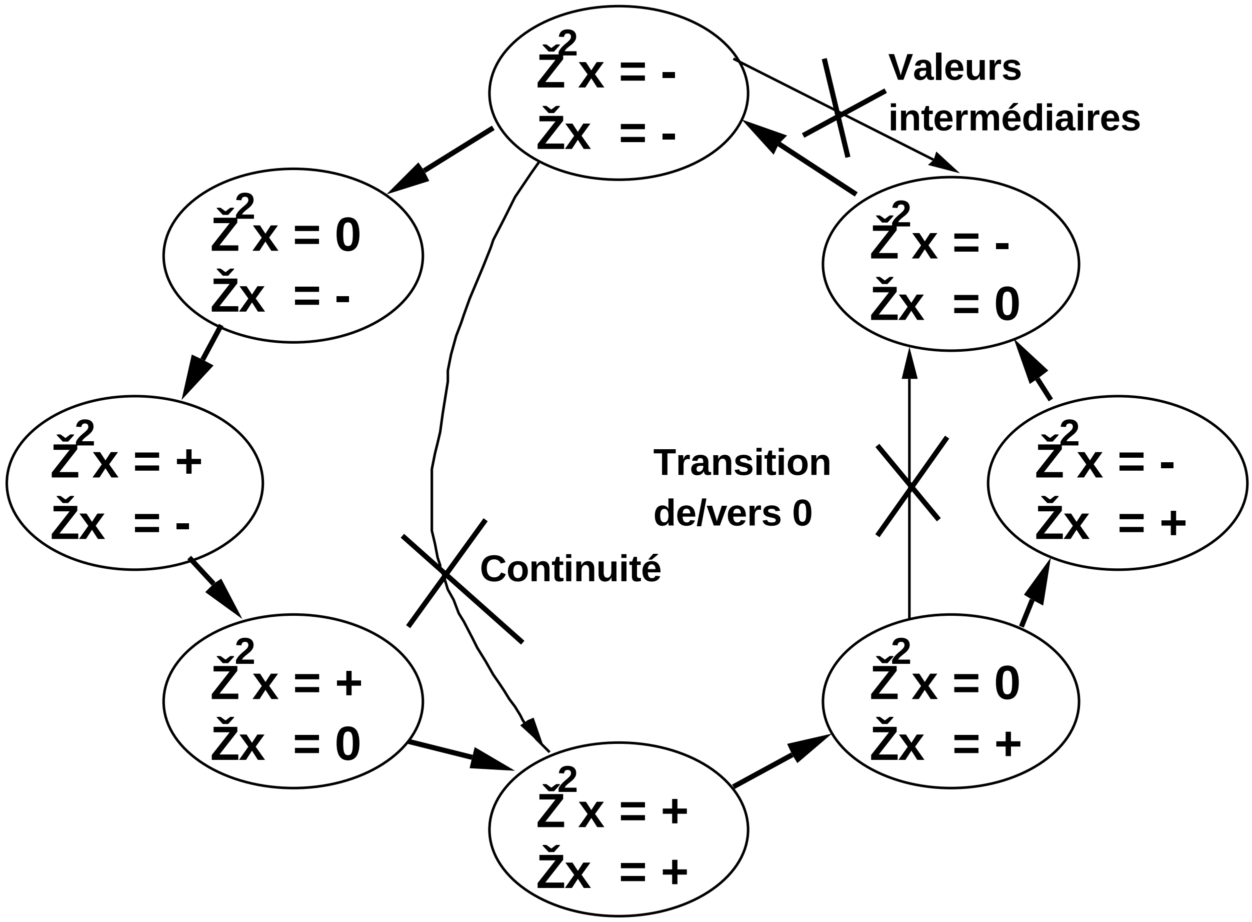
- **Changement de région qualitative**

| | | |
|---|---|---|
| **x = +** | | **x = +** |
| **Žx = +** | $\longrightarrow$ | **Žx = 0** |
| **Ž$^2$x = -** | | **Ž$^2$x = 0** |

- **Changement de mode de fonctionnement**

***Transistor, régulateur de pression***

# Détermination des transitions




- Continuité: q = + q = -

- Valeurs intermédiaires

  q(t2) - q(t1) + Žq(t1)

- Transitions de/vers 0:

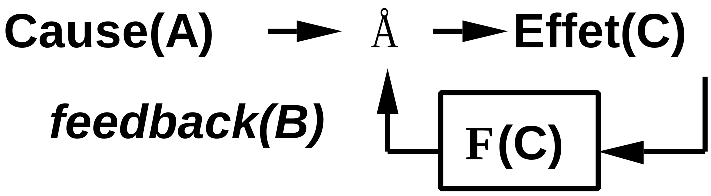
  Les transitions vers 0 prennent de temps

  Les transitions de 0 sont instantanées

# Feedback résistif

A + B = C

B = F(C)




Si [A] = [B]
Alors [C] = [A]

Si [B] = -[A]

Le paramètre de feedback B réduit l'effet de l'input A sur C

F résistive

{ F pôlynomiale
Pas d'effet de mémoire

# Retard

**(Williaws)**

**Ex.**

$$\begin{cases} [B] = -\,[C] \\ A + B = C \\ \text{Feedback négatif} \end{cases}$$

***Interprétation:***

**1)** **[A] = +** $\longrightarrow$ **[C] = +**

**Pas encore de changement sur B**
***(Mythical time)***

**2)** **Alors [C] = +** $\longrightarrow$ **[B] = -**

**3)** **Si |B| = |A| alors** $\begin{cases} [C] = 0 \\ [C] = -\,[B] \end{cases}$ **Þ** **[B] = 0**

# Partie 2

# Améliorer
# la simulation qualitative

# L'analyse comparative

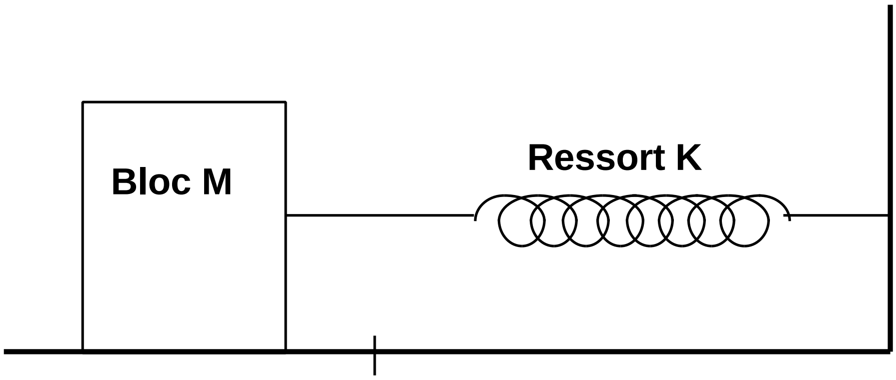
# L'analyse comparative

## (Weld)

- ***La simulation qualitative:***

**Structure ® Comportement**

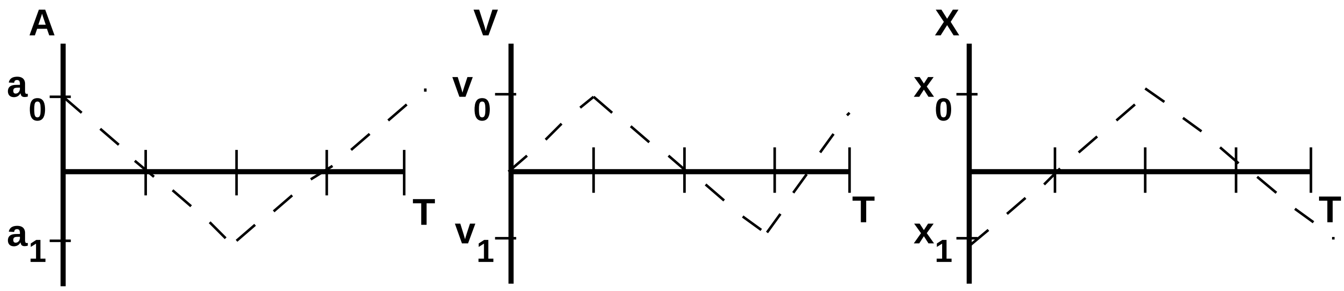
- ***Exemple:***




**Position de repos x = 0**

| | |
|---|---|
| $F = MA$ | $F = -KX$ |
| $M > 0$ | $-K < 0$ |
| $V(0) < 0$ | $X(0) = x_0 < 0$ |

- ***Comportement de QSIM :***



# Analyse comparative 2

- ***Analyse comparative :***

| Comportement<br>+<br>Perturbation | ® | Comment et pourquoi<br>le comportement<br>change |
|---|---|---|

- ***Exemple :***

**Qu'arrive-t-il si on augmente la masse du bloc?**

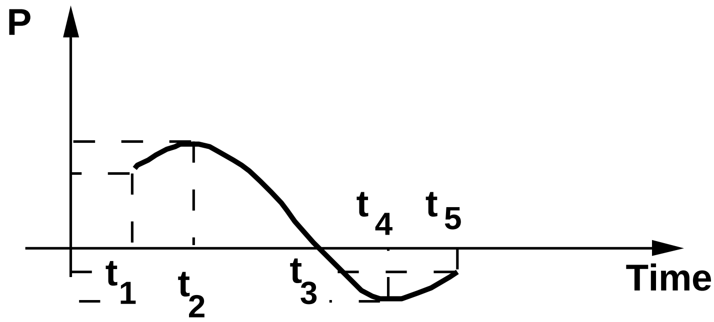
- ***Réponse :***

**"Puisque la force est inversement proportionnelle à la position, la force qui agit sur le bloc reste la même lorsque la masse augmente. Mais si le bloc est plus lourd, alors il n'accélèrera pas aussi vite. Et si il n'accélère pas aussi vite, alors il ira toujours plus lentement et donc prendra un temps plus long pour achever une période complète (en supposant qu'il franchit la même distance)."**

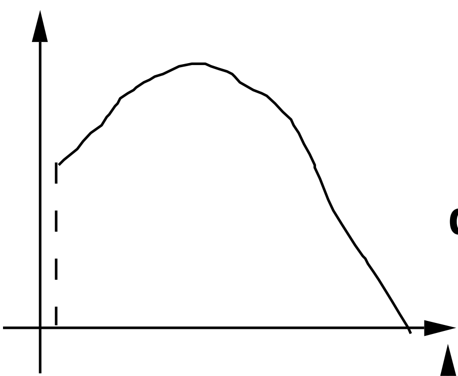
# Comportements qualitatifs

*Comportement qualitatif :*

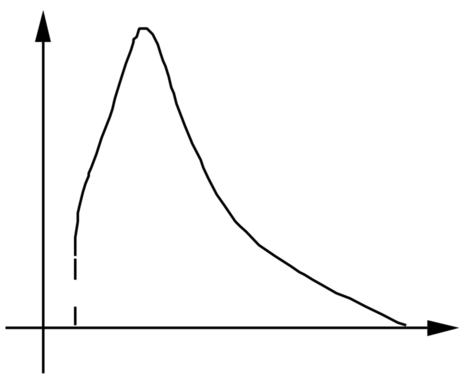
- 0 < … < k — **Transitions**
- $t_i$ — **Instant où la transition i se produit**
- $p_i = P(t_i)$ — **Valeur de P à la transition i**

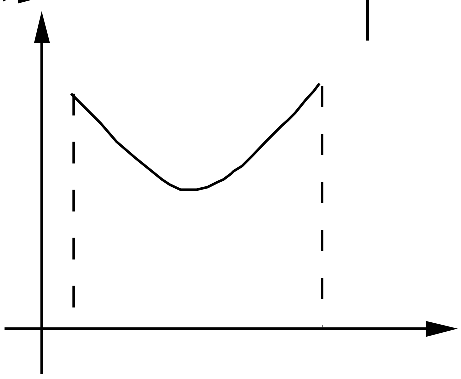



*Comportement qualitatifs topologiquement égaux :*



**Même "forme" de courbe**



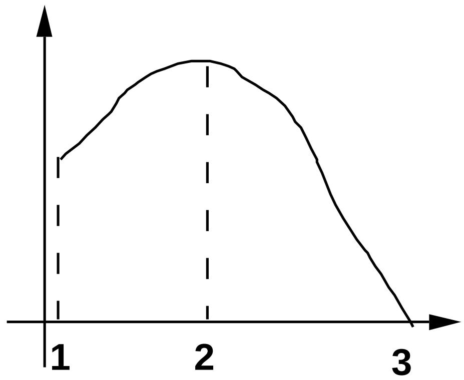


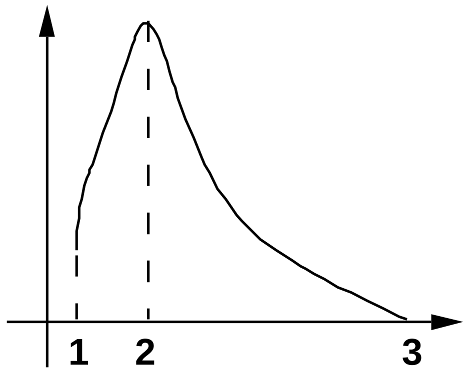
# Changement relatif

PÝ$_i$ if $\hat{p}_i > p_i$

P |$_i$ if $\hat{p}_i = p_i$

Pß$_i$ if $\hat{p}_i < p_i$



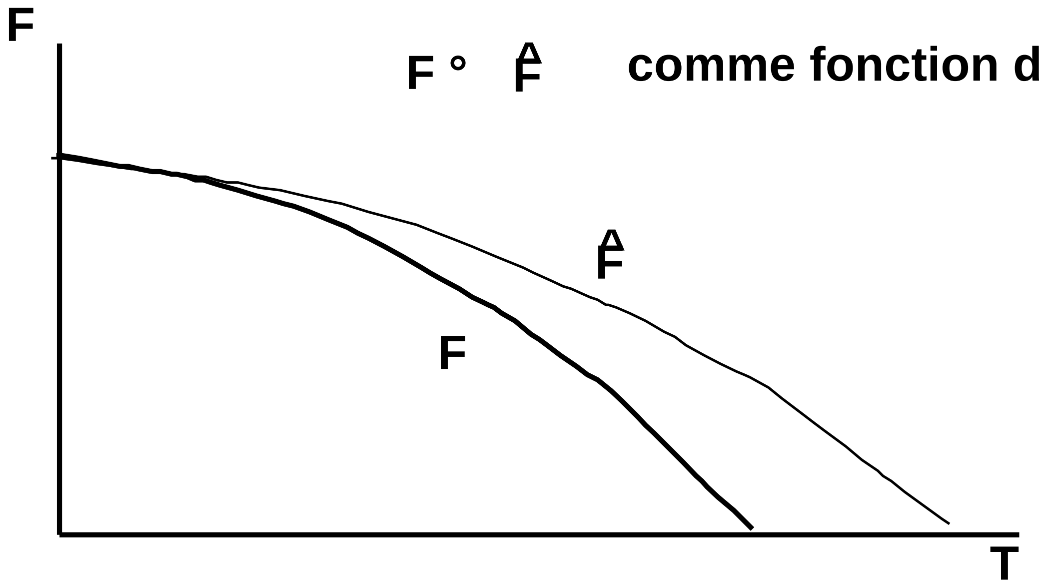




PÝ$_1$ P |$_2$ Pß$_3$

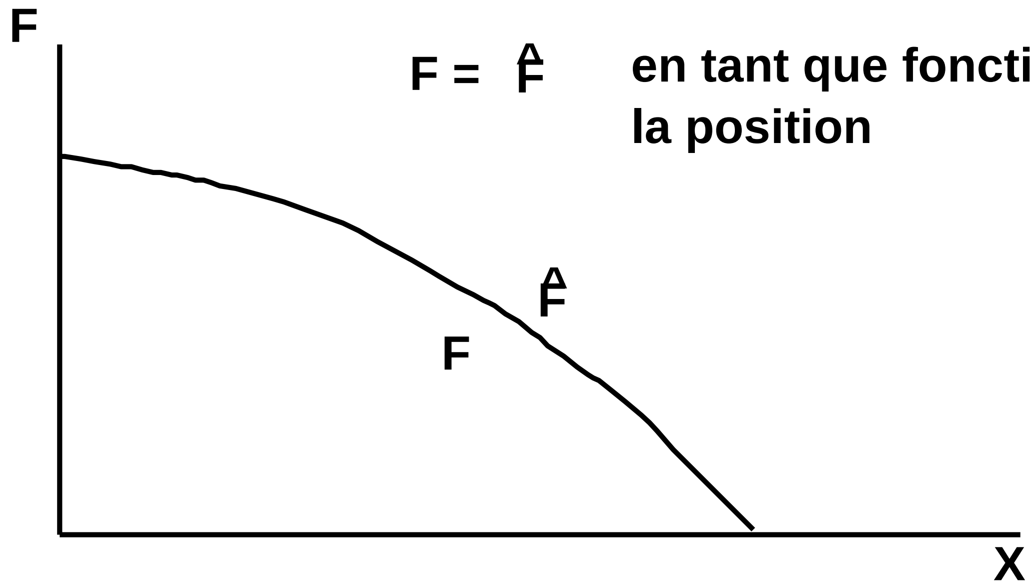
# Ambiguïté

"… la force sur le bloc restera la même lorsque la masse augmente…"

$F \circ \hat{F}$ comme fonction du temps




$F = \hat{F}$ en tant que fonction de la position




# Reparamétriser

# Perspectives

*Définition*

Un nouveau paramètre de référence X est une *perspective recouvrante* sur (i,i+1) si :

1) ŽX ° 0 entre i et i+1

2) X ‖i

3) X ‖i+1

- Exemple:

  X (position) est une perspective recouvrante dans l'exemple de la masse et du ressort.

*Définition*

Changement relatif selon la perspective X:

$$\mathrm{P}\text{Ý}^{X}_{i,i+1} \quad \text{if} \quad |P(\hat{x})| > |P(x)|$$

$$\mathrm{P}\,\|^{X}_{i,i+1} \quad \text{if} \quad |P(\hat{x})| = |P(x)| \quad \Big\} \begin{array}{l}\text{entre}\\ \text{i et i+1}\end{array}$$

$$\mathrm{P}\text{ß}^{X}_{i,i+1} \quad \text{if} \quad |P(\hat{x})| < |P(x)|$$

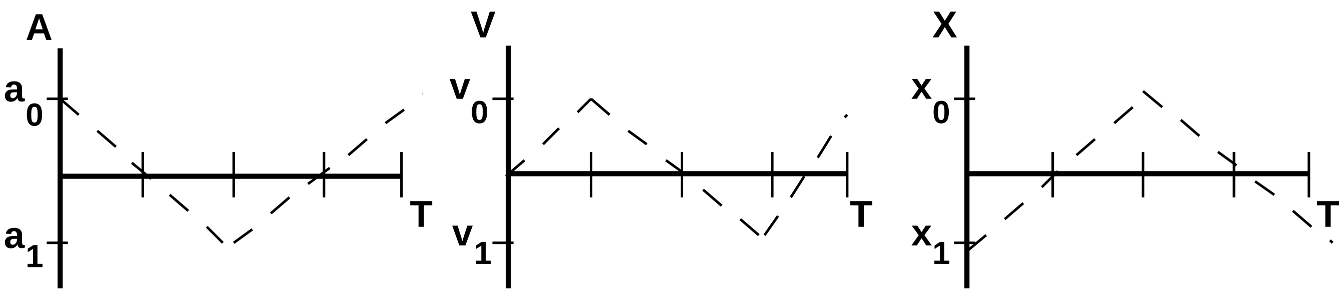
# Résoudre le problème du ressort et de la masse

## Hypoyhèse : M augmente

X ne change pas
K ne change pas
F egale -K fois X
Donc F ne change pas *(règle de multiplication)*

## et

M augmente
F egale M fois A
Donc A décroît *(règle de multiplication)*
Donc V décroît *(règle de la dérivée*
Donc la durée augmente *(règle de durée)*




## *Règle de la dérivée :*

**A=dV/dt, V=dX/dt.**
**X perspective recouvrante sur (i,i+1).**
**A et V positifs sur (i,i+1).**

**Si non(V Ý$_{i}$), A ß$_{i+1}$ et A ß$^{X}_{(i,i+1)}$, alors V Ý$^{X}_{(i,i+1)}$.**

# La règle de durée

***Définition de DISTANCE-BY:***

**X augmente et est positif (ou diminue et est négatif) sur (i,i+1). DISTANCE-BY X sur (i,i+1) le changement relatif de la distance parcourue sur l'intervalle :**

| | | **CR de départ** | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Ý | Ý | Ý |
| **CR de fin** | Ý | ? | Ý | Ý |
| | \|\| | ß | \|\| | Ý |
| | ß | ß | ß | ? |

***Règle de durée:***

**X perspective recouvrante sur (i,i+1).**
**V=dX/dt**
**$V ß^{X}_{(i,i+1)}$**
**non (DISTANCE-BY X $ß_{(i,i+1)}$)**

**Alors**

$$\hat{T}(i+1) - \hat{T}(i) > T(i+1) - T(i),$$

**i.e. la durée de (i,i+1) augmente.**

# Retour sur les quantités

# Le calcul qualitatif basé sur les signes

**S = { + , 0 , - , ? }**

***Addition et multiplication:***

| + | 0 | + | - | ? |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | + | - | ? |
| + | + | + | ? | ? |
| - | - | ? | - | ? |
| ? | ? | ? | ? | ? |

| * | 0 | + | - | ? |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| + | 0 | + | - | ? |
| - | 0 | - | + | ? |
| ? | 0 | ? | ? | ? |

# "Qualitativement égal"

$a \sim b$ ssi $a = b$

ou

$a = ?$

ou

$b = ?$

***Règles de transformation:***

$[a + b] \sim [a] + [b]$

$[a * b] = [a] * [b]$

***Exemple:***

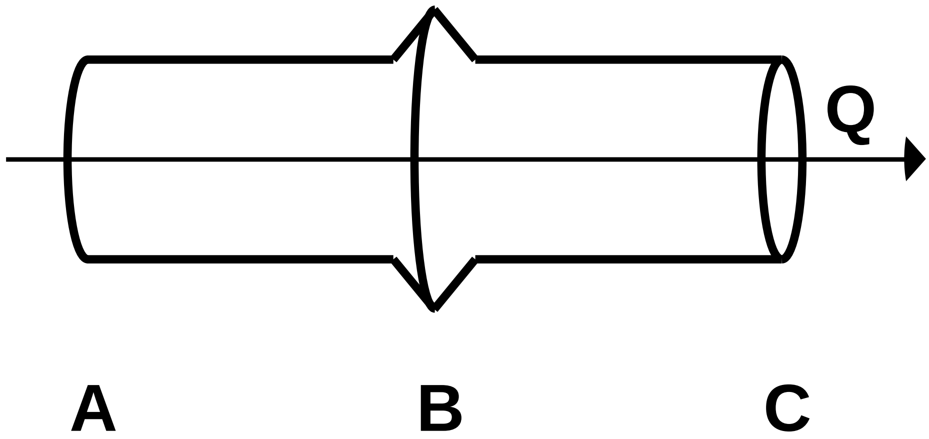
**?P - ?Q ˜ ?A**

**Si ?P = + et ?Q = +**
**Alors ?A = +, 0 ou - sont solutions.**

***Morale:***

**Les quantités physiques ne peuvent pas prendre la valeur ?**

# Les règles de propagation: bloquées




$[dP_A] - [dP_B] - [dQ] \quad \sim 0 \qquad (1)$

$[dP_B] - [dP_C] - [dQ] \quad \sim 0 \qquad (2)$

Cas où $[dP_A] = +$ et $[dP_C] = 0$

***Règle de propagation 1:***
**Quand une variable a une valeur, substituer cette valeur.**

***Règle de propagation 2:***
**Quand une confluence ne contient qu'une variable, calculer sa valeur.**

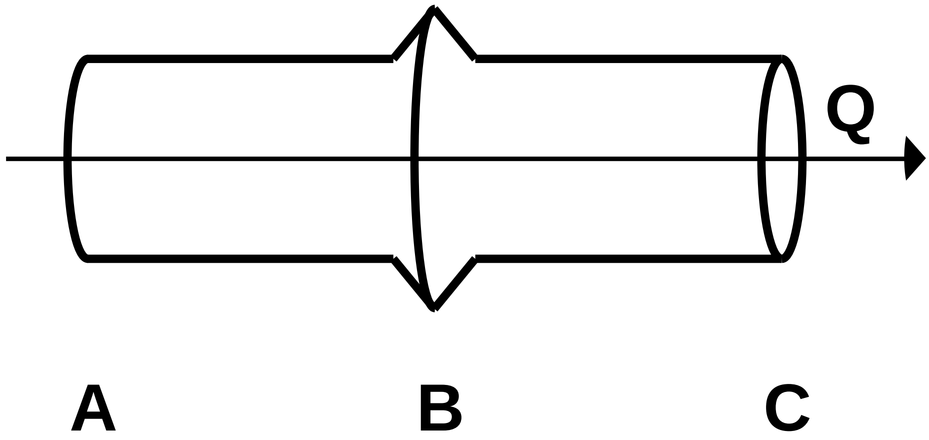
**Appliquer la règle de propagation 1 conduit à:**

$- [dP_B] - [dQ] \quad \sim - \qquad (1)$

$[dP_B] - [dQ] \qquad \sim 0 \qquad (2)$

**Blocage: Est-ce que ?Q vaut +, 0 ou -** ***(pas ?)***

# La somme de deux tuyaux est un tuyau




***<u>Deux tuyaux emboîtés</u>***

**$?P_A - ?P_C - ?Q$ ˜ 0 (3)**

**Cas où**

**$?P_A = +$, $?P_C = 0$**

**Alors**

**$?Q = +$**

**<u>Morale</u>: Assembler un système**

# La règle de résolution qualitative

*x + y ˜ a (1)*
*-x + z ˜ b (2)*
*Si <u>x ??</u>, alors*
*y + z ˜ a + b (3)*

**x est une quantité physique. <u>Donc x ? ?</u>**

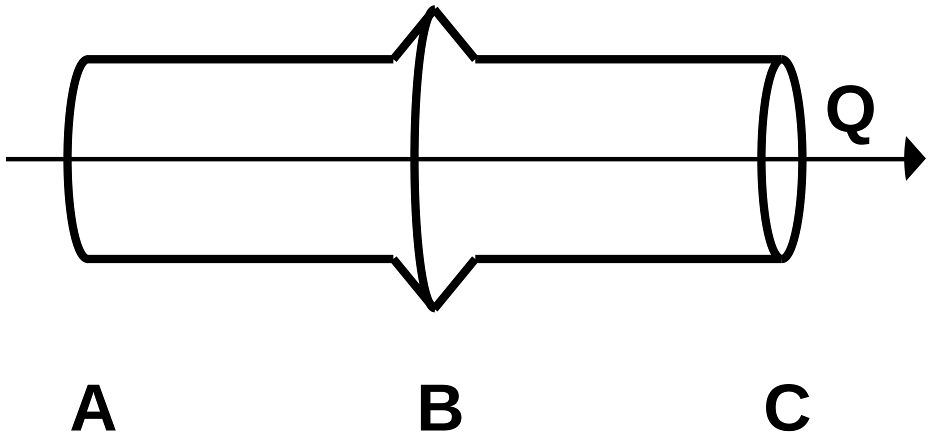
**Donc la résolution s'applique aux quantités physiques.**

**<u>Elimination:</u>**

***"On peur éliminer une variable en ajoutant ou soustrayant deux équations, pourvu que l'on n'élimine pas d'autre variable en même temps."***

**<u>Exemple négatif:</u>**
**x + y + z + t˜ 0**
**x - y - z ˜ 0**
**n'implique pas que**
**x + t ˜ 0**

# *Exemple: à nouveau examiné*

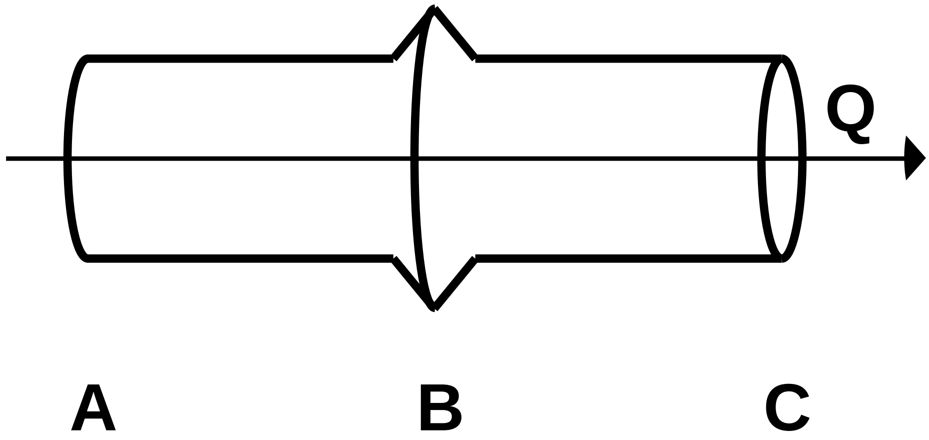



$?P_A$ - $?P_B$ - ?Q ˜ 0 (1)

\+ $?P_B$ - $?P_C$ - ?Q ˜ 0 (2)

-----------------------------

Þ $?P_A$ - $?P_C$ - ?Q ˜ 0 (3)




$?P_A$ - $?P_B$ - $?Q$ ˜ 0 (1)

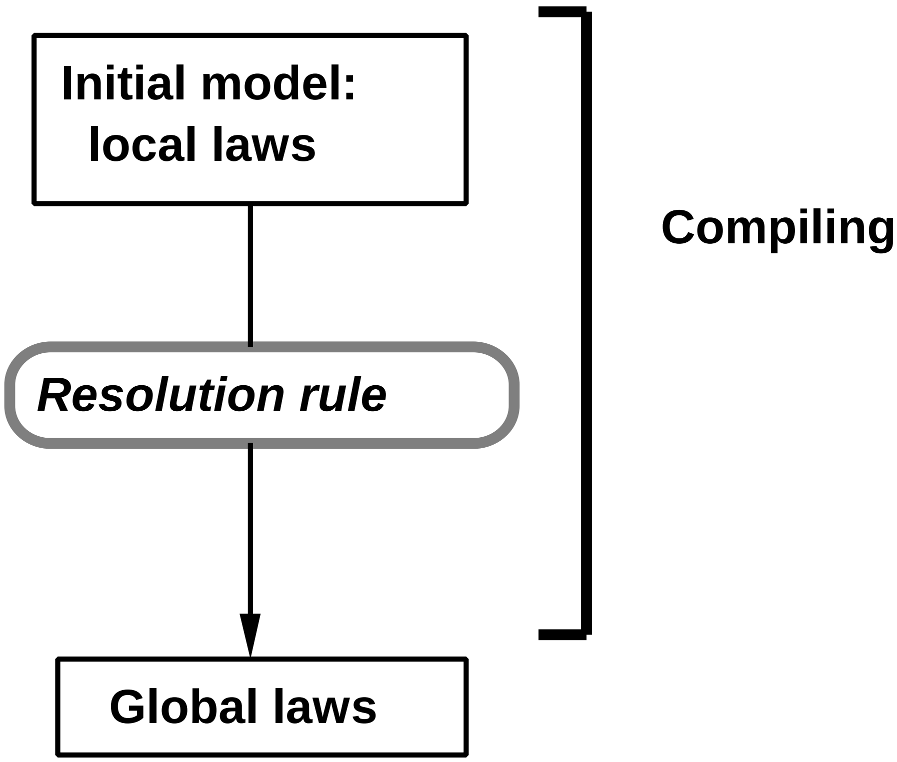
- $?P_B$ - $?P_C$ - $?Q$ ˜ 0 (2)

-----------------------------

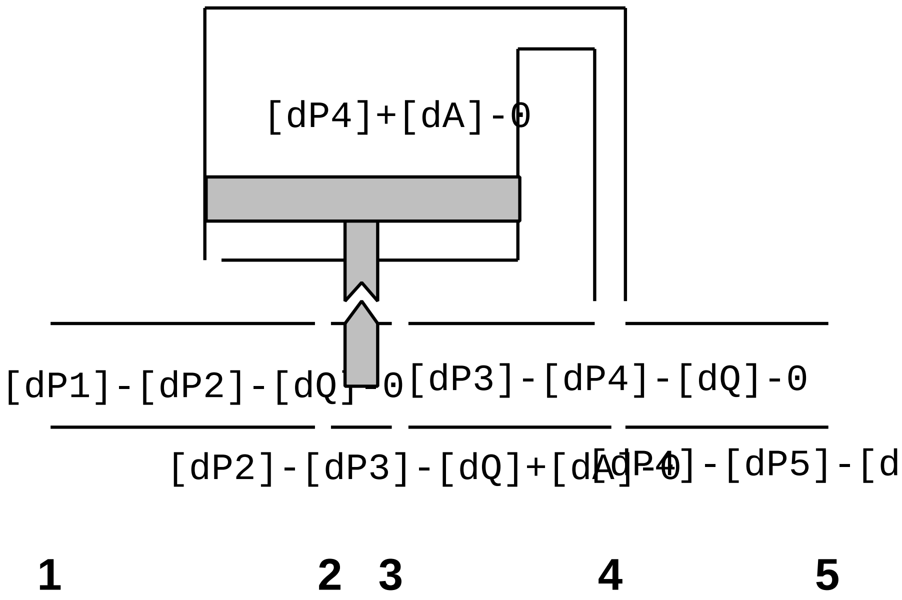
Þ $?P_A$ - $?P_B$ + $?P_C$˜ 0 (4)

If $?P_A$ = + and $?P_C$ = 0, then $?P_B$ = +

# Assembler un système :
# Deux tâches



## *Second exemple : le régulateur de pression*




$?P_1$ -$?P_2$ -$?Q$ ˜ 0 (1)

$?P_2$ -$?P_3$ -$?Q$ +$?A$ ˜ 0 (2)

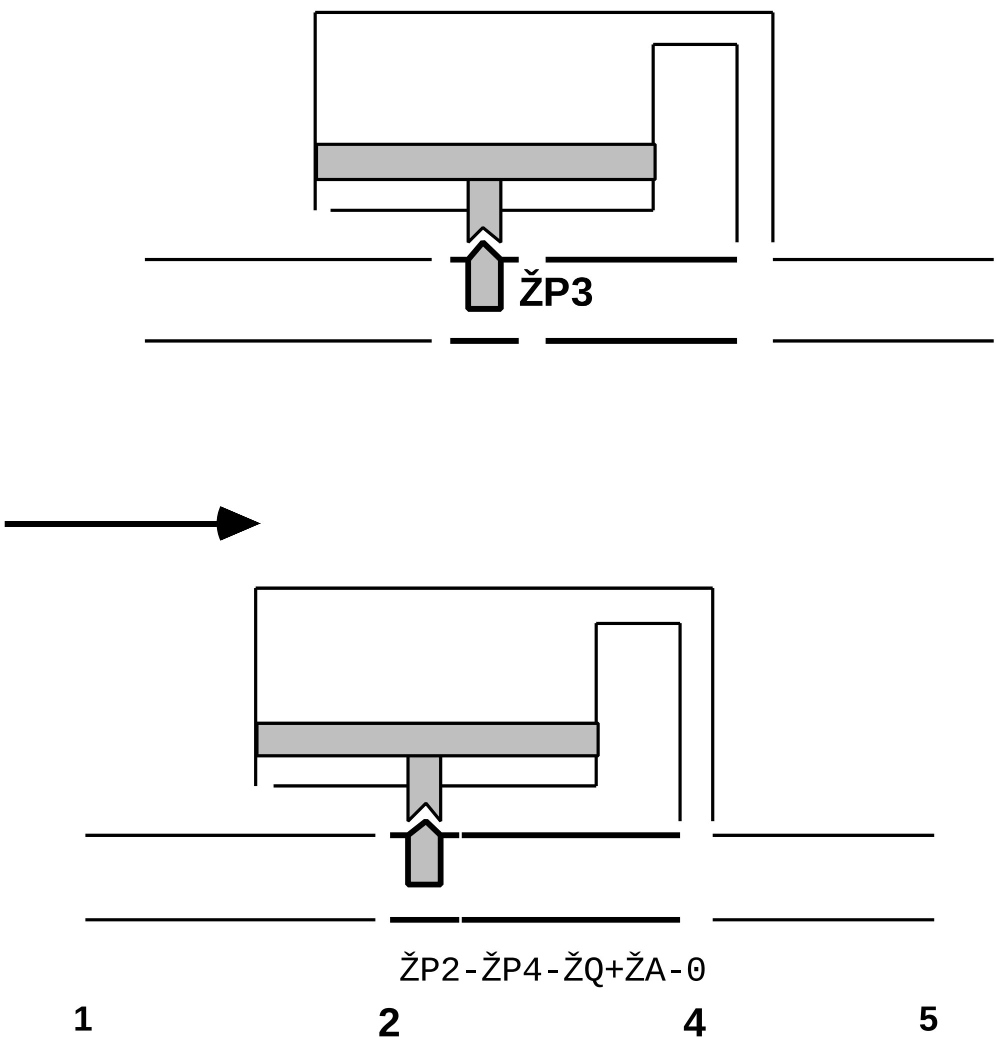
$?P_3$ -$?P_4$ -$?Q$ ˜ 0 (3)

$?P_4$ -$?P_5$ -$?Q$ ˜ 0 (4)

$?P_4$ +$?A$ ˜ 0 (5)

**Le modèle initial local**

# Du local au global




$?P_2 -?P_3 -?Q +?A$ ˜ 0 (2)

$?P_3 -?P_4 -?Q$ ˜ 0 (3)

---------------------------------

$?P_2 -?P_4 -?Q$ ˜ 0 (2)+(3)

# Compilation

**Elimination ® Assemblages**

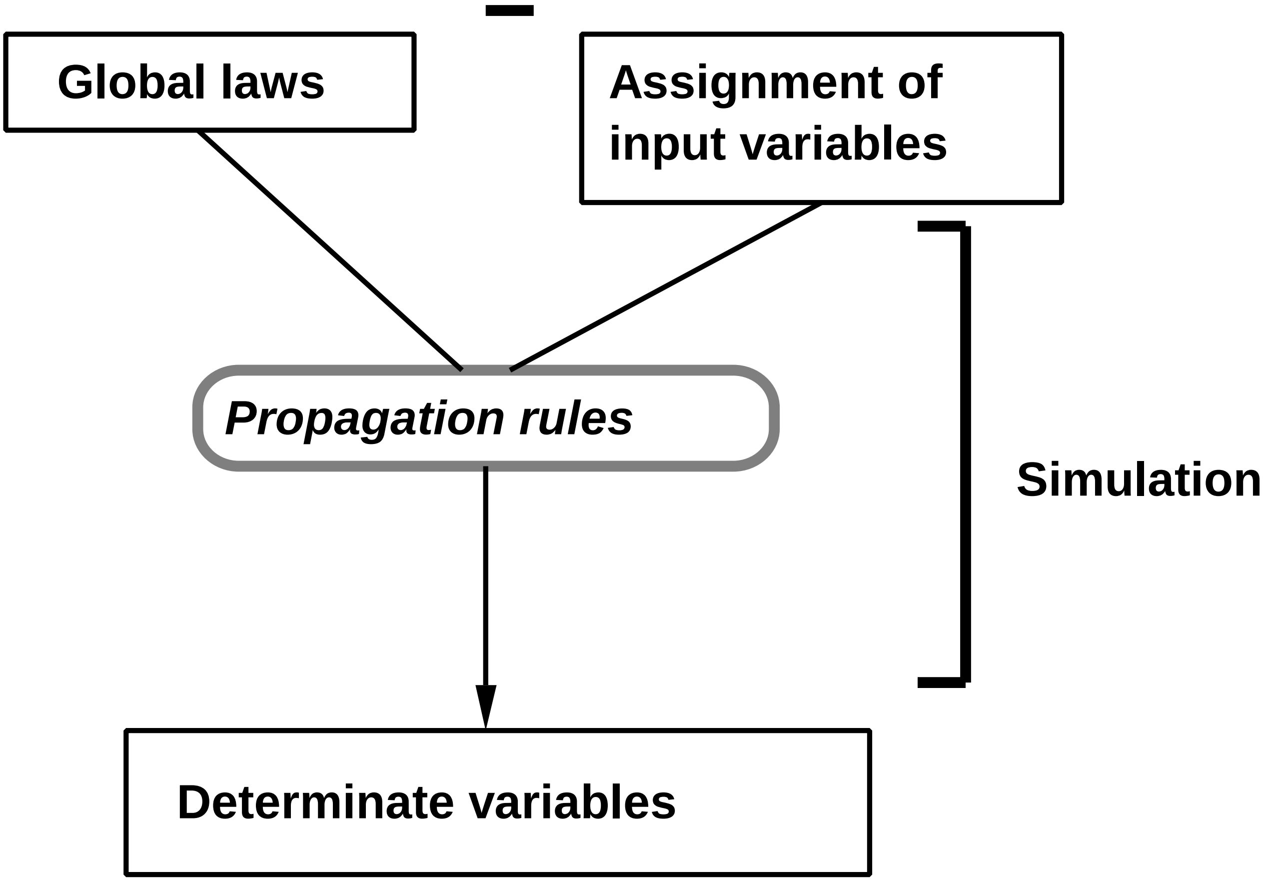
***Assemblage pour les variables d'entrée***

**$?P_2$ ˜ $?P_1$ + $?P_5$ ($SA_1$)**
**$?P_4$ ˜ $?P_1$ + $?P_5$ ($SA_2$)**
**?A ˜ -$?P_1$ - $?P_5$ ($SA_3$)**
**?Q ˜ $?P_1$ - $?P_5$ ($SA_4$)**
**$?P_3$ ˜ $?P_1$ + ? $?P_5$ ($SA_5$)**

***Assemblage pour {?A,?Q}***

**$?P_1$ ˜ -?A + ?Q**
**$?P_2$ ˜ -?A + ?Q**
**$?P_3$ ˜ -?A + ?Q**
**$?P_4$˜ -?A**
**$?P_5$ ˜ -?A - ?Q**

# Simulation




$?P_1 \sim -?A + ?Q$

$?P_2 \sim -?A + ?Q$

$?P_3 \sim -?A + ?Q$

$?P_4 \sim -?A$

$?P_5 \sim -?A - ?Q$

**Cas où**

$?A = -, ?Q = +$

**Alors**

$?P_1=?P_2=?P_3=?P_4=+$

# Complétude

?$P_1$ ˜ -?A + ?Q

?$P_2$ ˜ -?A + ?Q

?$P_3$ ˜ -?A + ?Q

?$P_4$˜ -?A

?$P_5$ ˜ -?A - ?Q

**Cas où**

**?A = -, ?Q = +**

**Alors**

**?$P_1$=?$P_2$=?$P_3$=?$P_4$=+**

**?$P_5$ est ambigüe :**

**?$P_5$ = +, 0 et - sont solutions du système initial**

**Morale:**

**Toutes les variables uniquement déterminées peuvent être obtenues en utilisant les seules règles de propagation locales.**

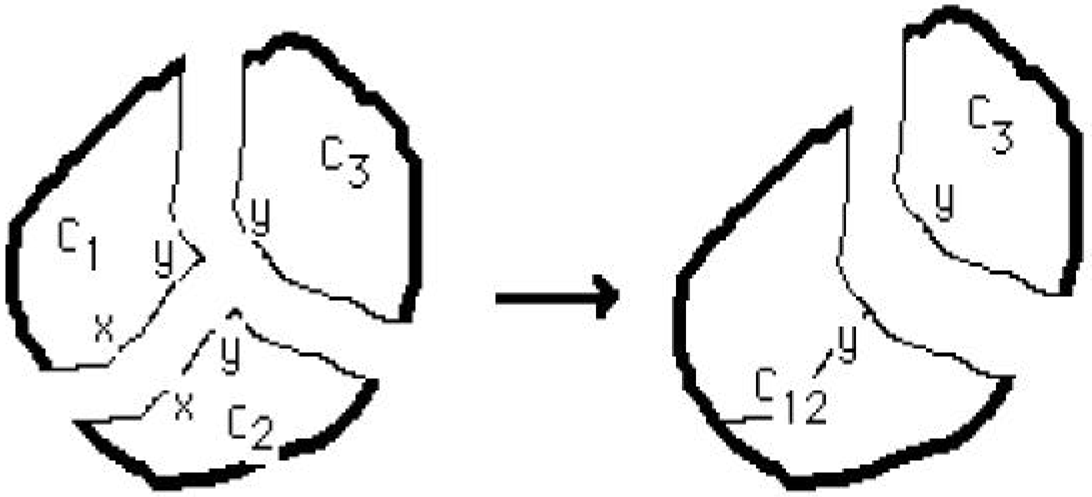
# Mais ...

**Appliquer sans contrôle la règle d'élimination conduit à une explosion combinatoire.**

***Régulateur de pression (5 équations) --> des centaines de manières différentes pour la règle d'élimination de s'appliquer***

**Comment contrôler la résolution qualitative ?**

# Joindre deux composants




- y doit apparaître dans un modèle de $C_{12}$, mais pas x.

- La règle de jonction : éliminer les variables (comme x) n'apparaissant que dans deux composants.

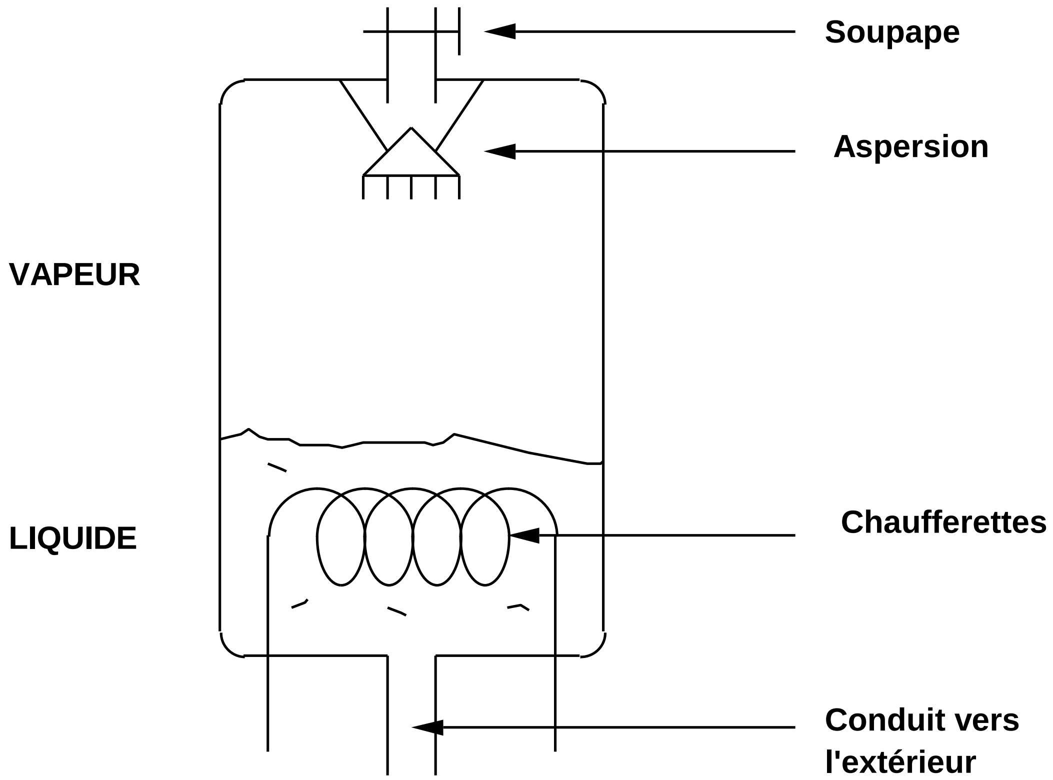
- La règle de jonction est incomplète.

# Ordres de grandeur

# Mécanismes

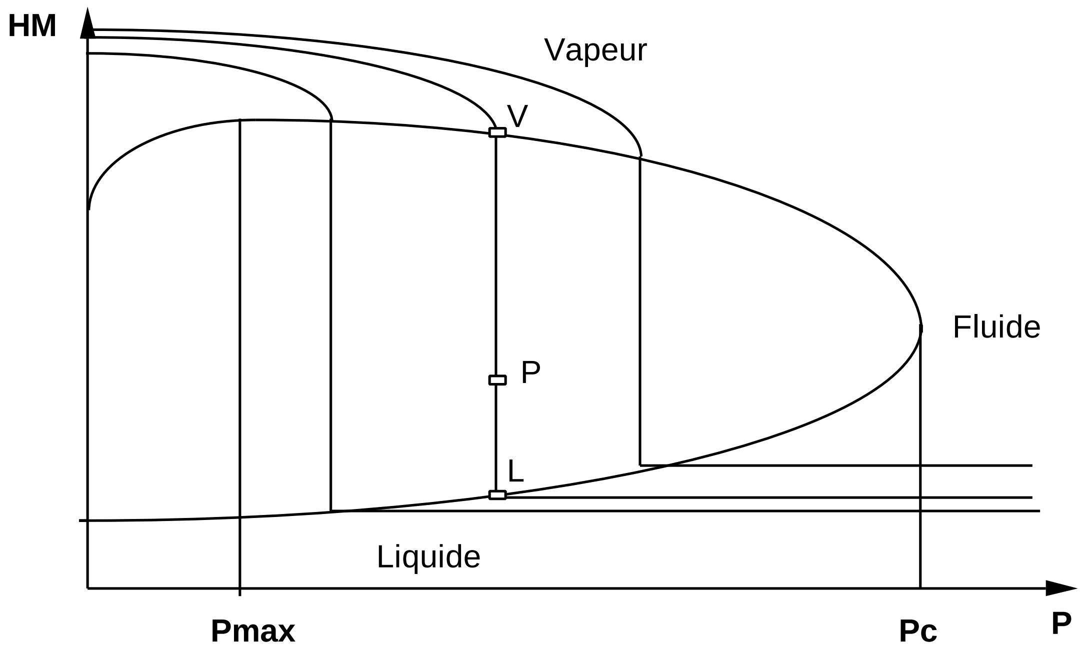
# Comment construire un modèle qualita
# lorsqu'aucune équation quantitative n'est dis

# Le pressuriseur d'une centrale nucléai




**Le pressuriseur d'une centrale nucléaire**

# Construction du modèle : représentation qualitative d'abaques




## Le diagramme enthalpie-pression

# Le modèle

**Courbes de saturation**

**Si** E-Sat(Liq)
**Alors** ?P - ?HM(Liq) ˜ 0 **(7)**

**Si** E-Sat(Vap) et P<Pmax
**Alors** ?HM(Vap) - ?P ˜ 0 **(8)**

**Si** E-Sat(Vap) et P>Pmax
**Alors** ?HM(Vap) + ?P ˜ 0 **(9)**

**Régions sous et sur les courbes de saturation**

**Si** Sat(Liq) et non E-Sat(Liq)
**Alors** ?P - ?HM(Liq) ˜ + **(10)**

**Si** Sat(Vap) et non E-Sat(Vap)
et P<Pmax
**Alors** ?HM(Vap) - ?P ˜ + **(11)**

**Si** Sat(Vap) et non E-Sat(Vap)
et P>Pmax
**Alors** ?HM(Vap) + ?P ˜ + **(12)**

**Isothermes : gradient de température**

**Traduisent l'équation**

**?T = –T(P,HM).(?P,?HM) (13)**

**soit:**

**?T(Liq) - ?HM(Liq) ~ 0 (14)**

**?T(Vap) - ?P - ?HM(Vap) ~ 0 (15)**

**Pentes relatives des isothermes et de la courbe de saturation de la vapeur**

**Si Sat(Vap) et E-Sat(Vap)**
**et P >Pmax**
**Alors ?T(Vap) - ?P + ?HM(Vap) ~ 0 (16)**

**Si Sat(Vap) et non E-Sat(Vap)**
**et P >Pmax**
**Alors ?T(Vap) - ?P + ?HM(Vap) ~ + (17)**

# Annexe A

# Propriétés algébriques de l'algèbre des signes

# Preuve de la règle de résolution

**<u>Preuve</u>**

***<u>Quasi-transitivité de l'égalité qualitative</u> :***

**Si**

**a ˜ b et b ˜ c**

**et <u>b ? ?</u>**

**alors**

**b ˜ c**

***<u>Compatibilité de l'addition et de l'égalité qualitatives</u> :***

**a + b ˜ c est équivalent à a ˜ c - b**

***Preuve:***

**x + y ˜ a ® y - a ˜ x**

**-x + z ˜ b ® x ˜ z - b**

---

**y - a ˜ z - b**

**®**

**y + z ˜ a + b**

# Systèmes linéaires qualitatifs

**• SLQ = Un système linéaire qualitatif *ne contenant pas à la fois une quantité physique et une de ses dérivées* (sinon, on a un *système linéaire différentiel qualitatif*).**

**• Résoudre a SLQ**

**$AX \approx B$**

**consistes à trouver les vecteurs X n'ayant pas de composante?**

***• Soit $X_0$ une solution du SLQ $AX \approx B$. Alors, pour tout vecteur réel $X'_0$ ayant le pattern de signes de $X_0$, il existe une matrice A' et un vecteur B' ayant le pattern de signes de A et B tels que $A'X'_0 = B'$.***

**• En pratique, les SLQs proviennent de:**

**? un ensemble d'équations réelles (éventuellement non linéaires)**

**? un système différentiel réel ("comparative statics").**

**? un ensemble de contraintes graphiques**

# Composantes dures

**• Pour tout système linéaire réel :**

**? Il n'y a pas de solution**

**? Il y a une solution unique**

**? Il y a une infinité de solutions.**

**--> *Le problème d'unicité est posé en termes d'un vecteur-solution global***

**• Dans un SLQ, une composante:**

**1) est une composante dure**

**2) a les solutions + et -, mais pas 0**

**3) a les solutions +, 0 et -.**

# Rang qualitatif

• <u>Vecteurs qualitatifs indépendants</u>: ***Soit $V_1,...,V_n$ des vecteurs qualitatifs de la même taille. On dit qu'ils sont indépendants ss, pour tous $a_1,...,a_n$ tous différents de ?, la relation $a_1V_1+...+a_nV_n$˜ 0 implique $a_1=...=a_n=0$.***

• <u>Rang qualitatif</u>:

**? Le <u>rang</u> d'une matrice qualitative A est le nombre maximum of vecteurs-colonne independants.**

**? Une matrice A est de rang plein ssi le SLQ AX ˜ 0 a pour unique solution X=0.**

**? Un SLQ AX ˜ B est stationnaire ssi A est de rang plein.**

• <u>Vecteurs qualitatifs et composantes dures</u>: ***Soit AX ˜ B un SLQ ayant une composante dure $x_j$. Alors, il existe un sous-système de rang plein contenant $x_j$.***

# Déterminant qualitatif

**• <u>Rang plein et déterminant</u>: Une matrice carrée A n'est pas de rang plein ssi Det(A)˜ 0.**

**• <u>Formule de Cramer qualitative</u>: Soit AX ˜ B un SLQ carré non décomposable tel que Det(A)?0. Soit $A_{j/B}$ la matrice déduite de A en substituant le vecteur B à sa $j^{ème}$ colonne.**
**Alors, pour tout $a_j$ Î {+,0,-} tel que**

$$a_j \text{˜ } Det(A).Det(A_{j/B}),$$

**il existe un vecteur-solution X tel que sa $j^{ème}$ composante $x_j = a_j$.**

**(Une matrice carrée A est non-décomposable si elle ne peut pas, en permutant lignes et colones, être mise sous la forme:**

$$\begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ B & A_2 \end{bmatrix}$$

**où $A_1$ et $A_2$ sont des matrices carrées)**

# Matrices
# qualitatives
# signées
# non décomposables
# maximales
# canoniques

**Signée = Déterminant = + ou - = Rang plein**

**Maximale = La matrice devient non signée dès que l'on remplace un de ses coefficients 0 par un + ou un -.**

**Deux matrices sont équivalentes ssi l'un peut être transformée en l'autre en appliquant un nombre de fois fini les opérations suivantes:**

- **échanger deux lignes/deux colonnes**
- **multiplier une ligne/une colonne par -**

**On sélectionne un représentant *canonique* d'une classe de matrices équivalentes.**

***--> les économistes qualitatifs***

$$\begin{bmatrix} + & - & 0 & . & . & . & 0 \\ + & + & - & 0 & . & . & 0 \\ . & & . & . & . & & . \\ . & & & . & . & . & . \\ + & & & + & + & - & 0 \\ + & . & . & . & + & + & - \\ + & . & . & . & . & + & + \end{bmatrix}$$

**Les matrices de <u>Lancaster</u>**

$$\begin{bmatrix} \boxed{N1} & 0 \\ 0 & \boxed{N2} \\ + \; + \; + & + \; + \end{bmatrix}$$

**Les matrices de <u>Gorman</u>**

$$\begin{bmatrix} 0 & + & + & + \\ + & 0 & - & + \\ + & + & 0 & - \\ + & - & + & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} + & - & 0 & 0 & 0 \\ + & + & - & 0 & 0 \\ + & + & + & - & 0 \\ + & + & + & + & - \\ + & + & + & + & + \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} + & - & 0 & 0 & 0 \\ + & + & - & 0 & 0 \\ + & + & + & - & - \\ 0 & 0 & 0 & + & - \\ + & + & + & + & + \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} + & - & 0 & 0 & 0 \\ + & + & - & + & 0 \\ + & + & + & - & 0 \\ 0 & 0 & + & + & - \\ 0 & 0 & + & + & + \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} + & - & 0 & 0 & 0 \\ + & + & - & - & 0 \\ + & + & + & - & 0 \\ + & + & 0 & + & - \\ + & + & 0 & + & + \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} + & - & 0 & 0 & 0 \\ + & + & - & + & 0 \\ + & + & + & 0 & - \\ + & + & 0 & + & - \\ 0 & 0 & + & + & + \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} + & - & - & 0 & 0 \\ + & + & 0 & + & 0 \\ + & 0 & + & 0 & - \\ - & 0 & 0 & + & - \\ 0 & - & + & + & + \end{bmatrix}$$

**Les six matrices qualitatives signées non décomposables maximales 5x5**

# Annexe B:

# D'autres algèbres qualitatives

# Modèles qualitatifs non standards: ordres de grandeur

- Soit (I,+,=) un groupe commutatif totalement ordonné, et $(e_i)_{i \in I}$ des objets distincts.

- $S^* = \{+e_i, -e_i, ?e_i\}_{i \in I} \cup \{0\}$

- $s_1e_i + s_2e_j = \begin{cases} s_1e_i & \text{if } i>j \\ s_2e_j & \text{if } i<j \\ (s_1+s_2)e_i & \text{if } i=j \end{cases}$

  $x + 0 = 0 + x = x$

- $s_1e_i \,.\, s_2e_j = (s_1.s_2)e_{i+j}$

  $x.0 = 0.x = 0$

- $s_1e_i \sim s_2e_j$ iff $s_1=?$ and $i>j$

  or

  $s_2=?$ and $i<j$

  or

  $s_1 \sim s_2$ and $i=j$

# La règle de résolution qualitative pour les ordres de grandeur

*Soit x, y, z, a, b dans $S^*$ tels que*

$x + y \;\tilde{}\; a \qquad (1)$

$-x + z \;\tilde{}\; b \qquad (2)$

*Si <u>x a la forme seı avec s différent de ?</u>, alors*

$y + z \;\tilde{}\; a + b \qquad (3)$

# Algèbres d'intervalles

**• Considérons (E,^). On definit ^ sur P(E) par**

**A^ B = {a^ b; aÎ A et bÎ B}**

**• Cela nous permet de définir + and * sur l'ensemble des intervalles réels I. On definit ˜ sur I par**

**I ˜ J ssi I**

• Si l'on consid• re un sous-ensemble **J de I, on definit**

**I^ JJ = Min{KÎ J; K I^ J}**

**pourvu que cela existe.**

**• (S,+,*,˜) est une algèbre d'intervalle avec**

**+ = ]0,+8[ - = ]-8,0[**

**? = ]-8,+8[ 0 = [0,0]**

**• Cependant, une algèbre d'intervalle a fréquemment des propriétés affreuses (l'addition peut ne pas être associative).**

# La règle de résolution qualitative dans les algèbres d'intervalles

• ***Soit (J,+J,*J,˜ ) une algèbre d'intervalles, et soient x, y, z, a, b des éléments de J tels que***

***x + y ˜ a (1)***

***-x + z ˜ b (2)***

***Supposons que J soit stable pour l'intersection (i.e. que IS i<u>x est minimal pour l'inclusion</u> (i.e., s'il n'existe pas de x' dans J tel que xÉx' et x?x'), alors***

***y + z ˜ a + b (3)***

# Autres modèles

## Dubois & Prade, 1988

• On considère trois objets S, M et L, qui sont supposés représenter les intervalles ]0,sm[, ]sm,ml[ et ]ml,+8 [ (mais les bornes sm et ml sont inconnues).

• F = {L'ensemble des intervalles générés en prenant la réunion et la multiplication par -1 des intervalles S, L and M} U {0}.

• On peut définir + de différentes manières, par exemples

    S + S = +

or

    S + S = S U M

Nous choisirons la deuxième définition si nous savons que 2sm < ml.

• Dans tous les cas, il y a une règle de résolution. La condition sur x est qu'il appartienne à l'ensemble {0,S,M,L,-S,-M,-L} (i.e., soit minimal pour l'inclusion).

# Qu'est le *qualitatif?*

**Et je découvris l'eau - un élément très différent de l'écume verte croupissante qui empeste le jardin. Tu peux la soutirer du sol en goulées d'un bleu pur, tu peux actionner le bras de la pompe et elle sort étincelante telle un ciel liquide. Et elle se répand et court et brille sur le sol pavé, ou frémit dans une cruche, ou empèse tes vêtements de fraîcheur. Tu peux la boire, dessiner avec, faire mousser du savon, y mettre des hannetons à nager, ou la projeter en l'air en gouttelettes. Tu peux y plonger la tête et ouvrir les yeux et voir les bords du baquet se déformer et entendre ta respiration devenue rugissement et bouger ta bouche comme un poisson et sentir la poussière du fond. Substance magique - que tu peux morceler ou porter, confiner ou éparpiller, faire passer par un trou, mais jamais brûler ou briser ou détruire.**

**-Tiré de "Cider with Rosie", de Laurie Lee**